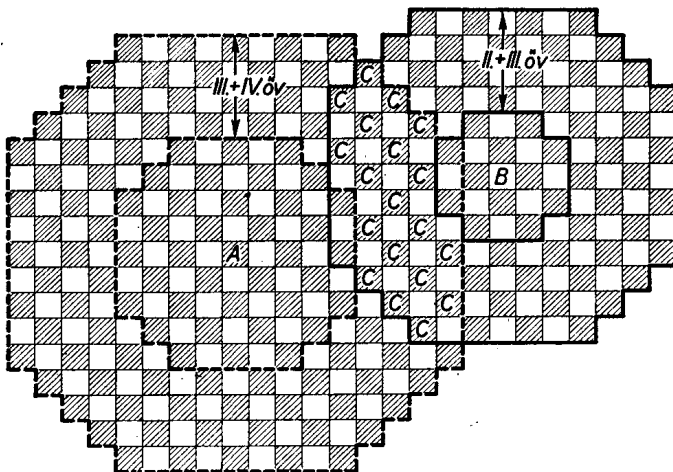


I. megoldás: Feladatunk így is fogalmazható: $\varrho(AC) = b$, $\varrho(BC) = a$, $\varrho(AB) = c$ egész számok alkotnak-e pitagoraszai számhármast?

Legyen tehát $a^2 + b^2 = c^2$, ahol a , b , c relatív prímszámok. Vegyük fel az A és B mezőt úgy, hogy $\varrho(AB) = c$. Keressük meg és jelöljük C' -vel mindazokat a mezőket, melyekre $\varrho(AC) = b$, továbbá keressük meg a C mezőket, amelyekre $\varrho(BC) = a$.



Ha kimutatjuk, hogy van olyan C mező a konfigurációban, melyre ezen megjelölés során C' és C'' is került, a feladatot nyilván megoldottuk.

Kimutatjuk, hogy ilyen mező van.

A B mezőtől a lóugrásnyira levő mezők az a és $(a - 1)$ -ik egyesített övben helyezkednek el (és ha $a > 4$, akkor csakis ott), hasonlóan az A mezőtől b lóugrásnyira levő mezők az b és $(b - 1)$ -ik egyesített övben vannak. Minthogy

$$\varrho(AB) < \varrho(AC) + \varrho(BC)$$

(a 2. axióma nem lineáris ponthármásra) fennáll, a két övnek biztosan van közös mezője.

Az általánosság megszorítása nélkül feltehetjük, hogy A sötét mező.

Természetesen a két öv valamennyi közös mezője nem felel meg a feladat feltételeinek. A megfelelő mezők kiválasztása – az előbbi feltétel kihasználásával – a következő módon történhet:

Ha $\varrho(AB)$ páros és $\varrho(AC)$ és $\varrho(BC)$ páratlan, akkor B szintén sötét mező, és C – akár az A , akár a B mezőtől vett távolságot tekintjük – világos mező, tehát a két öv közös részének valamennyi világos mezeje megfelel a feladat feltételeinek:

Ha $\varrho(AB)$ páratlan, akkor B világos mező és C sötét, ha $\varrho(AC)$ páros és $\varrho(BC)$ páratlan (lásd ábránkat), ill. C világos ha $\varrho(AC)$ páratlan és $\varrho(BC)$ páros. Ábránk a $c = 5$, $b = 4$ és $a = 3$ esetet tünteti fel.

Szabados József (Bp. III., Árpád g. III. o. t.)

II. megoldás: Tekintsük a $2n + 1$, $2n^2 + 2n$ és $2n^2 + 2n + 1$ speciális pitagoraszai számhármásokat. Legyen A a végtelen sakktábla kiindulási mezeje. Az A -tól számított $(2n^2 + 2n)$ -ik övben csupa $2n^2 + 2n$ és $2n^2 + 2n + 1$ számmal jelölt mező van. Tehát a B és C mezők ebben az övben vannak és különböző színűek, mert $\varrho(AB) = 2n^2 + 2n + 1$ és $\varrho(AC) = 2n^2 + 2n$ különböző párosságú. Tehát $\varrho(BC)$ páratlan, és így lehet $\varrho(BC) = 2n + 1$.

Mivel $2n + 1 < 2n^2 + 2n$, azért a $(2n^2 + 2n)$ -ik övben tetszőlegesen kiválasztott B ponthoz mindig található (az I. megoldás alapján) az övben fekvő C pont, melyre nézve tényleg $\varrho(BC) = 2n + 1$.

Triviális példa: $n = 1$ esetén a $2n^2 + 2n = 4$ -ik övben csupa 4-gyel és 5-tel jelölt mező található (lásd 1954. novemberi 3–4. szám 73. old. 2. ábra) és bármelyik két szomszédos 4(= C) és 5(= B) távolsága $\varrho(BC) = 3$.

Lőke Mária (Sárvár, ált. gimn. IV. o. t.)