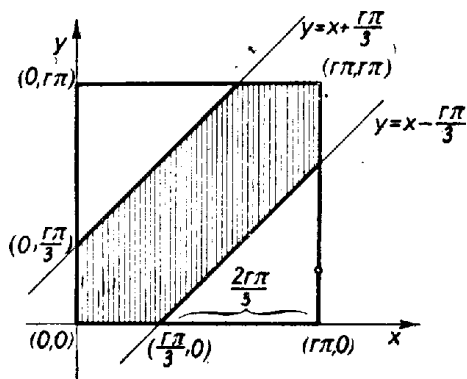


A keresett valószínűség attól függ, hogy milyen mennyiségekkel jellemezzük a két tetszés szerint kiválasztott pont helyzetét; különböző mennyiségek alapul választásának pedig az felel meg, hogy különböző eseményeket tekintünk egyenlően valószínűnek.

I. megoldás: Legyen a félkör sugara r és jelöljük a félkörív két végpontját A ill. B -vel ($\widehat{AB} = r\pi$), a két mozgó pontot C - ill. D -vel, és legyen $\widehat{AC} = x$, $\widehat{AD} = y$.

Történjék a tetszőleges pont kiválasztása úgy, hogy x és y gyanánt tetszőlegesen választunk két értéket 0 és $r\pi$ között.

A derékszögű koordináta rendszerben az összes lehetséges x , y értékek beborítják a $(0, 0)$, $(0, r\pi)$, $(r\pi, r\pi)$ és $(r\pi, 0)$ pontok által alkotott négyzetet (1. ábra).



1. ábra

Kedvezőek ezek közül csak azok a pontok, amelyekre nézve $|x - y| \leq \frac{r\pi}{3}$, vagyis $x - \frac{r\pi}{3} < y < x + \frac{r\pi}{3}$. (Az 1. ábrán a sraffozott terület.) A keresett valószínűség tehát

$$v_1 = \frac{r^2\pi - \left(\frac{2r\pi}{3}\right)^2}{r^2\pi^2} = 1 - \frac{4}{9} = \frac{5}{9} \approx 0,556.$$

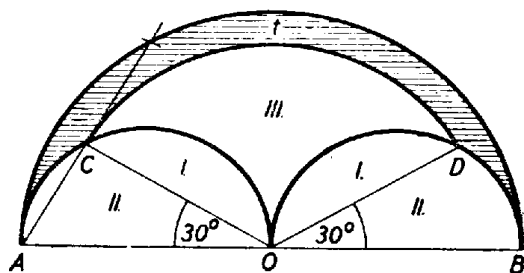
Almási Lajos (Bp., II., Rákóczi g. III. o. t.)

Megjegyzés: Jelen feladat átfogalmazható a VI. kötet 103. oldalán (1953 április) tárgyalt 1. sz. példára.

Roboz Ágnes (Bp., VI., Varga Katalin lg. III. o. t.)

II. megoldás: A körív két pontja húrt határoz meg, és minden húr a felezőpontja által egyértelműen meg van határozva, tehát a húrfelezőpontokat választjuk ki tetszőlegesen, és kedvezőek azok az esetek, amelyekben a húr nem nagyobb a sugárnál.

Először meg kell határozni az összes lehetséges húrfelezőpontok mértani helyét, vagyis azokat a pontokat az $\widehat{ABA}$ félkörívből, amelyekhez tartozó húr végpontjai egyáltalán rajta vannak az $\widehat{AB}$ félköríven. Az A illetve B pontokból kiinduló és a félkörívből belül fekvő hurok felezőpontjainak mértani helye az AO ill. OB körsugarak fölé rajzolt félkörök. (Az $\widehat{AB}$ félkörnek 1 : 2 arányú kicsinyítése az A illetve B hasonlósági centrumból.) Az $\widehat{AO}$, $\widehat{OB}$ és $\widehat{AB}$ félkörök által határolt idom pontjai képviselik tehát az összes lehetséges húrfelezőpontokat (2. ábra).



2. ábra

Az $\widehat{AB}$ körívben rajzolt r hosszúságú hurok olyan körívet burkolnak, amelynek sugara nyilván a húrfelezőpontnak távolsága az O ponttól, vagyis (az AOC derékszögű háromszögből) $\frac{r}{2}\sqrt{3}$. A húrfelezőpontra nézve tehát kedvezők

mindazok a pontok, amelyek az r és $\frac{r}{2}\sqrt{3}$ sugarú körök által meghatározott körgyűrűben és a fenti három körív által határolt t idomban vannak. (A 2. ábrában a sraffozott terület.)

A »lehetséges terület« tehát

$$T = \frac{r^2\pi}{2} - \left(\frac{r}{2}\right)^2 \pi = \frac{r^2\pi}{4}.$$

A 2. ábra szerinti betűzésben

$$(1) \quad 2 \cdot \text{I} + 2 \cdot \text{II} + \text{III} + t = \frac{r^2\pi}{2}.$$

Az $\widehat{OCDO}$ körcikknek szöge $180^\circ - 2 \cdot 30^\circ = 120^\circ$, sugara pedig (mint láttuk) $\frac{r}{2}\sqrt{3}$, és így

$$(2) \quad 2 \cdot \text{I} + \text{III} = \frac{\left(\frac{r}{2}\sqrt{3}\right)^2 \pi}{3} = \frac{r^2\pi}{4},$$

továbbá

$$(3) \quad 2 \cdot \text{I} + 2 \cdot \text{II} = \frac{r^2\pi}{4}.$$

(2) és (3) összegét kivonva (1)-ből

$$t - 2 \cdot \text{I} = 0,$$

vagyis

$$t = 2 \cdot \text{I} = 2 \cdot \frac{1}{3} \left(\frac{r^2\pi}{4} - \frac{3r^2\sqrt{3}}{16} \right) = r^2 \left(\frac{\pi}{6} - \frac{\sqrt{3}}{8} \right)$$

és így a keresett valószínűség

$$v_2 = \frac{t}{T} = \frac{r^2 \left(\frac{\pi}{6} - \frac{\sqrt{3}}{8} \right)}{r^2 \frac{\pi}{4}} = \frac{4\pi - 3\sqrt{3}}{6\pi} \approx \frac{7,3702}{6\pi} \approx 0,391.$$

Lackner Györgyi (Bp., V., Fonóip. techn. III. o. t.)