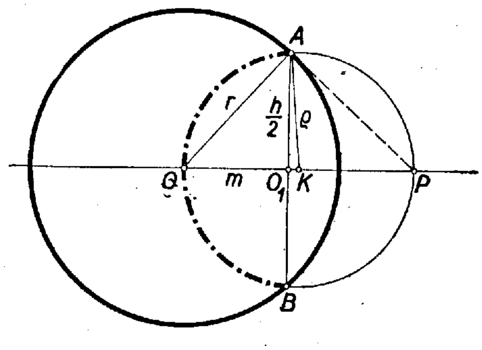
Legyen a változó gömb sugara $KO=\varrho$. A két gömb $KO$ centrális egyenesén átfektetett minden sík a két gömbből egy-egy főkört metsz ki, melyeknek közös húrja legyen $AB=h$ (lásd ábrát).




E két főkörnek a $KO$ tengely körüli forgásából keletkezik a két gömb, és az $A$ (ill. $B$) pont forgásából pedig a két gömb közös (áthatási) görbéje: az $O_1$ középpontú, $\frac{h}{2}$ sugarú kör. A változó $K$ középpontú és $\varrho$ sugarú gömbnek az adott szilárd gömbbe eső része, tehát e kör által határolt gömbsüveg, melynek magassága $O_1O=m$ és felszíne legyen $F$. Ha a változó gömbben az $O$ pontnak átellenes pontját $P$-vel jelöljük, akkor a Thales-tétel értelmében $OAP\triangle$-ben az $A\sphericalangle$ derékszög.

Ismert tétel alapján

$$OA^2=OP\cdot OO_1,\quad \text{vagyis}\quad r^2=2\varrho\cdot m,$$

amiből

$$m=\frac{r^2}{2\varrho},$$

és így a gömbsüveg ismert felszínképletét felhasználva

$$F=2\varrho\pi\cdot m=2\varrho\pi\cdot\frac{r^2}{2\varrho}=r^2\pi.$$

Látjuk tehát, hogy a szilárd $r$ sugarú gömbbe eső $F$ területrész egy $\varrho$-tól, tehát a $K$ pont helyzetétől, független állandó.

Határesetek: *a)* Ha $\varrho=\frac{r}{2}$, akkor a változó gömb, belülről érintve az adott szilárd gömböt, teljesen annak belsejébe esik. Tehát a kérdéses felület ez esetben

$$F=4\varrho^2\pi=4\left(\frac{r}{2}\right)^2\pi=r^2\pi.$$

*b)* Ha $\varrho$ minden határon túl megnő, akkor a változó sugarú gömb egy, az $O$ ponton átmenő és az $OK$ irányra merőleges síkká fajul, a közös rész pedig a sík által kimetszett $r$ sugarú főkörmetszet, amelynek területe szintén $r^2\pi$.

*B. Nagy Kornélia* (Tiszaföldvár, Hajnóczy g. IV. o. t.)