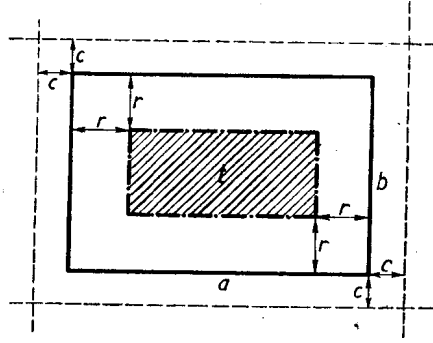


Elég egy a, b oldalú téglalapot (rácsnyílást) tekinteni a hozzá tartozó c fél lécszélességgel. A lehetséges terület T a teljes $a + 2c$ és $b + 2c$ oldalú téglalap.



1. ábra

Kedvező pontok a golyó középpontjára nézve a rácsnyíláson belül azok a pontok, melyeknek távolsága az oldalaktól legalább r . (Az ábrában sraffozott téglalap.) A kedvező terület tehát $t = (a - 2r)(b - 2r)$, és így a keresett valószínűség

$$v = \frac{t}{T} = \frac{(a - 2r)(b - 2r)}{(a + 2c)(b + 2c)}$$

Mivel v negatív nem lehet, azért szükségképpen $r < \frac{b}{2} < \frac{a}{2}$.

b) Hogy v rögzített a, b mellett bármilyen kis r esetén kisebb legyen $\frac{1}{2}$ -nél (tehát $r = 0$ esetén is legalább $\frac{1}{2}$ legyen), ahhoz kell, hogy

$$\frac{ab}{(a + 2c)(b + 2c)} \leq \frac{1}{2}.$$

c keresett minimális értéke az

$$\frac{ab}{(a + 2c)(b + 2c)} = \frac{1}{2}$$

egyenletből adódik, vagyis

$$(1) \quad 2ab = (a + 2c)(b + 2c),$$

amiből

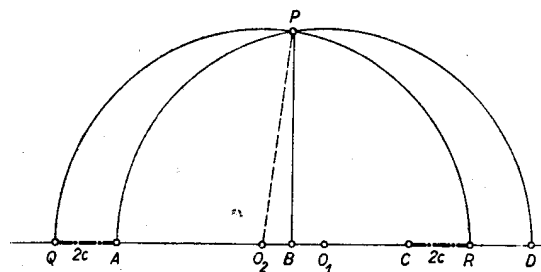
$$(2c)^2 + (a + b) \cdot 2c - ab = 0,$$

ahonnan

$$(2) \quad 2c = \frac{-(a + b) + \sqrt{(a + b)^2 + 4ab}}{2} = \sqrt{\left(\frac{a + b}{2}\right)^2 + ab} - \frac{a + b}{2}.$$

$2c$ megszerkesztése azonban egyszerűbben történhetik (1)-ből, mint (2)-ből.

Megszerkesztjük az $a = AB$ és $2b = BD$ mértani középarányosát: BP -t az AD fölé rajzolt O_1 középpontú Thales-kör segítségével (2. ábra).



2. ábra

Messe az $a+b = AC$ távolság O_2 felezőpontja körül az QP sugárral rajzolt kör az AD egyenest a Q és R pontokban, akkor nyilván

$$\begin{array}{l} QA = CR = 2c, \\ \text{mert tényleg } \sqrt{(a+2c)(b+2c)} = BP = \sqrt{a \cdot 2b}. \end{array}$$

Solymoss Otmár (Kőszeg, Jurisich Miklós g. IV. o. t.)