

I. megoldás: Jelöljük rendre az egyes testek éleit a , b , c -vel, felszínét F_1 , F_2 , F_3 -mal és köbtartalmát k_1 , k_2 , k_3 -mal.

$$F_1 = 4 \frac{a^2}{4} \sqrt{3} = a^2 \sqrt{3}, \quad F_2 = 6b^2, \quad F_3 = 8 \frac{c^2}{4} \sqrt{3} = 2c^2 \sqrt{3}.$$

A feladat szerint $F_1 = F_2 = F_3$, vagyis

$$\begin{aligned} a^2 \sqrt{3} &= 6b^2, & \text{amiből} & \quad a = \sqrt{2\sqrt{3}b^2} = b\sqrt[4]{12}, \\ 2c^2 \sqrt{3} &= 6b^2, & \text{amiből} & \quad c = \sqrt{\sqrt{3}b^2} = b\sqrt[4]{3}. \end{aligned}$$

A testek köbtartalma:

$$\begin{aligned} k_1 &= \frac{1}{3} \frac{a^2}{4} \sqrt{3} \cdot \sqrt{a^2 - \left(\frac{2}{3} \cdot \frac{a^2}{2} \sqrt{3}\right)^2} = \frac{a^2}{12} \sqrt{3} \cdot \sqrt{a^2 - \frac{a^2}{3}} = \frac{a^2}{12} \sqrt{3} \cdot a \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} = \frac{a^3 \sqrt{2}}{12}, \\ k_1 &= b^3, \\ k_3 &= 2 \cdot \frac{1}{3} c^2 \cdot \frac{c\sqrt{2}}{2} = \frac{c^3 \sqrt{2}}{3}. \end{aligned}$$

a és c értékeit behelyettesítve

$$\begin{aligned} k_1 &= \frac{(b\sqrt[4]{12})^3 \sqrt{2}}{12} = \frac{b^3 \sqrt[4]{12^3} \sqrt{2}}{12} = \frac{b^3 \sqrt[4]{3^3 4^3 4}}{12} = \frac{b^3 \sqrt[4]{3^3 4^3 4}}{3}, \\ k_3 &= \frac{(b\sqrt[4]{3})^3 \sqrt{2}}{3} = \frac{b^3 \sqrt[4]{3^3} \sqrt{2}}{3} = \frac{b^3 \sqrt[4]{3^3 4}}{3}. \end{aligned}$$

Tehát

$$k_1 : k_2 : k_3 = \frac{\sqrt[4]{3^3}}{3} : 1 : \frac{\sqrt[4]{3^3 4}}{3} = 1 : \sqrt[4]{3} : \sqrt{2} = \sqrt[4]{1} : \sqrt[4]{3} : \sqrt[4]{4} \approx 1 : 1,316 : 1,414.$$

Biczó Géza (Bp., II., Rákóczi g. II. o. t.)

II. megoldás: Jelölje F a közös felszín.

$$\text{a) } \frac{F}{4} = \frac{a^2 \sqrt{3}}{4}, \quad \text{amiből} \quad a = \sqrt{\frac{F\sqrt{3}}{3}},$$

és így

$$k_1 = a^3 \frac{\sqrt{2}}{12} = \frac{F\sqrt{3}}{3} \cdot \sqrt{\frac{F\sqrt{3}}{3}} \cdot \frac{\sqrt{2}}{12} = \frac{F\sqrt{F}}{36} \sqrt[4]{12}.$$

$$\text{b) } \frac{F}{6} = b^2, \quad \text{amiből} \quad b = \sqrt{\frac{F}{6}},$$

és így

$$k_2 = b^3 = \frac{F}{6} \sqrt{\frac{F}{6}} = \frac{F\sqrt{F}}{6\sqrt{6}} = \frac{F\sqrt{F}}{36} \sqrt{6}.$$

$$\text{c) } \frac{F}{8} = \frac{c^2 \sqrt{3}}{4}, \quad \text{amiből} \quad c = \sqrt{\frac{F\sqrt{3}}{6}},$$

és így

$$k_3 = c^3 \frac{\sqrt{2}}{3} = \frac{F\sqrt{3}}{6} \sqrt{\frac{F\sqrt{3}}{6}} \cdot \frac{\sqrt{2}}{3} = \frac{F\sqrt{F}}{18} \sqrt[4]{3} = \frac{F\sqrt{F}}{36} \sqrt[4]{48}.$$

Tehát

$$k_1 : k_2 : k_3 = \sqrt[4]{12} : \sqrt[4]{36} : \sqrt[4]{48} = \sqrt[4]{1} : \sqrt[4]{3} : \sqrt[4]{4}.$$

Molnár István (Debrecen, Ref. g. III. o. t.)