A háromszög bármely oldala szorozva a reá merőleges magassággal adja a háromszög kétszeres területét, tehát

$$2t = ad = be = cf,$$

vagyis

$$a = \frac{2t}{d}, \qquad b = \frac{2t}{e}, \qquad c = \frac{2t}{f}. \tag{1}$$

Heron képlete szerint

$$a = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)},$$

vagyis

$$\begin{aligned} 16t^2 &= 2s \cdot 2(s-a) \cdot 2(s-b) \cdot 2(s-c) = \\ &= (a+b+c)(-a+b+c)(a-b+c)(a+b-c). \end{aligned}$$

Az (1)alatti értékeket behelyettesítve

$$\begin{aligned} 16t^2 &= \left(\frac{2t}{d} + \frac{2t}{e} + \frac{2t}{f}\right)\left(-\frac{2t}{d} + \frac{2t}{e} + \frac{2t}{f}\right)\left(\frac{2t}{d} - \frac{2t}{e} + \frac{2t}{f}\right)\left(\frac{2t}{d} + \frac{2t}{f} - \frac{2t}{f}\right) = \\ &= 16t^4 \left(\frac{1}{d} + \frac{1}{e} + \frac{1}{f}\right)\left(-\frac{1}{d} + \frac{1}{e} + \frac{1}{f}\right)\left(\frac{1}{d} - \frac{1}{e} + \frac{1}{f}\right)\left(\frac{1}{d} + \frac{1}{e} - \frac{1}{f}\right). \end{aligned}$$

Ha az egyszerűség kedvéért a négy zárójeles tényező szorzatát A-val jelöljük akkor

$$16t^4 A = 16t^2$$

vagyis

$$t^2 = \frac{1}{A}, \qquad \text{és így} \qquad 2t = \frac{2}{\sqrt{A}}. \tag{2}$$

Ha a 2t-nek (2) alatti értéket (1)-be helyettesítjük, nyerjük, hogy

$$a = \frac{2}{d\sqrt{A}}, \quad b = \frac{2}{e\sqrt{A}}, \quad \text{és} \quad c = \frac{2}{f\sqrt{A}},$$

ahol

$$\sqrt{A} = \sqrt{\left(\frac{1}{d} + \frac{1}{e} + \frac{1}{f}\right)\left(-\frac{1}{d} + \frac{1}{e} + \frac{1}{f}\right)\left(\frac{1}{d} - \frac{1}{e} + \frac{1}{f}\right)\left(\frac{1}{d} + \frac{1}{e} - \frac{1}{f}\right)}.$$

Farkas Ferenc (Nagykanizsa, Irányi D. g. III. o. t.)