I. megoldás: Az egyenlet gyökei a feladat szerint x_1, $x_2=-x_1$, és x_3, és így gyöktényezős alakja

$$(x-x_1)(x+x_1)(x-x_3)=(x^2-x_1^2)(x-x_3)=x^3-x_3x^2-x_1^2x+x_1^2x_3=0$$

Az adott egyenlettel való összehasonlításból következik, hogy

$$x_3=5, \qquad x_1^2=9,$$

és így

$$x_1=3, \qquad x_2=-3.$$

Bárdos András (Bp. II., Rákóczi g. III. o. t.)

II. megoldás: Helyettesítsük az egyenletbe az egyenlő abszolút értékű, de különböző előjelű 2 gyököt

$$x_1^3-5x_1^2-9x_1+45=0,$$
$$-x_1^3-5x_1^2+9x_1+45=0.$$

E két egyenletet összeadva

$$-10x_1^2+90=0,$$

amiből

$$x_1^2=9 \qquad \text{és} \qquad x_1=3, \qquad x_2=-3.$$

Az eredeti egyenlet több tagúját az $(x-3)$ és $(x+3)$ gyöktényezők szorzatával, vagyis (x^2-9)-cel elosztva

$$(x^3-5x^2-9x+45):(x^2-9)=x-5.$$

Tehát $x-5$ a harmadik gyöktényező, és így $x_3=5$.

Orlik Péter (Bp. V., Eötvös g. I. o. t.)

III. megoldás: Ha az egyenletnek vannak racionális gyökei, akkor ezek (mivel x^3 együtthatója 1) csak egész számok lehetnek, mégpedig 45 osztói. Mivel 2 gyök csak előjelben különbözik, azért 45-nek e gyök négyzetével is oszthatónak kell lennie. 45-nek 1-en kívül csak egy négyzetszám osztója van: 9. 1 nyilván nem gyöke egyenletünknek, de $+3$ és -3 igen. Ha két gyök racionális, akkor szükségképpen racionális a harmadik is, mivel pedig $45=3^2\cdot 5$, azért a keresett harmadik gyök $x_3=5$.

Soós Klára (Aszód, Petőfi g. IV. o. t.)

IV. megoldás: Egyenletünk természetesen megoldható a feladatban megadott könnyítés felhasználása nélkül. Ugyanis egyenletünk így írható:

$$x^2(x-5)-9(x-5)=0,$$

vagyis

$$(x-5)(x^2-9)=0,$$

amiből vagy

$$x^2-9=0,$$

vagy pedig

$$x-5=0$$

és így

$$x_1=3, \qquad x_2=-3, \qquad x_3=5.$$

Lábas Elemér (Sátoraljaújhely, Kossuth g. II. o. t.)