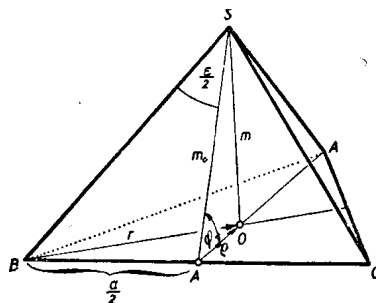


I. megoldás: A betűzést az ábra mutatja.



$$OA_1 = \varrho = \frac{1}{3} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{a\sqrt{3}}{6}, \quad SA_1 = m_0 = \frac{\varrho}{\cos \varphi} = \frac{a\sqrt{3}}{6 \cos \varphi},$$

és így

$$(1) \quad \operatorname{tg} \frac{\varepsilon}{2} = \frac{a}{2m_0} = \frac{a}{2} \cdot \frac{6 \cos \varphi}{a\sqrt{3}} = \sqrt{3} \cdot \cos \varphi$$

De

$$(2) \quad \operatorname{tg} \frac{\varepsilon}{2} = \sqrt{\frac{1 - \cos \varepsilon}{1 + \cos \varepsilon}},$$

vagyis

$$\frac{1 - \cos \varepsilon}{1 + \cos \varepsilon} = \operatorname{tg}^2 \frac{\varepsilon}{2} = 3 \cos^2 \varphi,$$

amiből

$$\cos \varepsilon = \frac{1 - 3 \cos^2 \varphi}{1 + 3 \cos^2 \varphi}.$$

a) Ha $\varepsilon = 45^\circ$ akkor $\cos \varepsilon = \frac{\sqrt{2}}{2}$,

vagyis

$$\frac{\sqrt{2}}{2}(1 + 3 \cos^2 \varphi) = 1 - 3 \cos^2 \varphi,$$

azaz

$$\sqrt{2} + 3\sqrt{2} \cos^2 \varphi = 2 - 6 \cos^2 \varphi,$$

és így

$$(6 + 3\sqrt{2}) \cos^2 \varphi = 2 - \sqrt{2},$$

amiből

$$\begin{aligned} \cos^2 \varphi &= \frac{2 - \sqrt{2}}{6 + 3\sqrt{2}} = \frac{(2 - \sqrt{2})(6 - 3\sqrt{2})}{36 - 18} = \frac{18 - 12\sqrt{2}}{18} = \frac{3 - \sqrt{2}}{3} \approx \\ &\approx \frac{0,1716}{3} = 0,0572 \end{aligned}$$

Az iskolai 4-jegyű log. táblát használva

$$\varphi = 76^\circ 10'.$$

b) Ha $\varphi = 45^\circ$, akkor $\cos \varphi = \frac{\sqrt{2}}{2}$ és $\cos^2 \varphi = \frac{1}{2}$,

tehát

$$\cos \varepsilon = \frac{1 - 3 \cdot \frac{1}{2}}{1 + 3 \cdot \frac{1}{2}} = \frac{2 - 3}{2 + 3} = -\frac{1}{5},$$

vagyis

$$\cos(180^\circ - \varepsilon) = \frac{1}{5} = 0,2,$$

amiből

$$180^\circ - \varepsilon = 78^\circ 28',$$

és így

$$\varepsilon = 101^{\circ}32'$$

Keresztély Sándor (Miskolc, Földes Ferenc g. IV. o. t.)

II. megoldás: Ha az I. megoldás (1) alatti összefüggésben nem helyettesítjük be $\operatorname{tg} \frac{\varepsilon}{2}$ -nek (2) alatti értékét, hanem az alábbi képletet alkalmazzuk, akkor

$$\operatorname{tg} \varepsilon = \frac{2 \operatorname{tg} \frac{\varepsilon}{2}}{1 - \operatorname{tg}^2 \frac{\varepsilon}{2}} = \frac{2\sqrt{2} \cdot \cos \varphi}{1 - 3 \cdot \cos \varphi}.$$

A numerikus eredmények természetesen egyeznek az I. megoldáson nyert eredményekkel.

Kovács László (Debrecen, Ref. g. III. o. t.)

III. megoldás: Az A_1OS derékszögű háromszögben

$$(1) \quad \operatorname{tg} \varphi = \frac{m}{\varrho} = \frac{6m}{a\sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{3}m}{a}.$$

Az $OB = \frac{2}{3} \cdot \frac{a}{2}\sqrt{3} = \frac{a}{3}\sqrt{3}$ távolságot r -rel jelölve, a BOS derékszögű háromszögben

$$\sin \frac{\varepsilon}{2} = \frac{a}{2SB} = \frac{a}{2\sqrt{m^2 + r^2}},$$

és így

$$(2) \quad \sin^2 \frac{\varepsilon}{2} = \frac{c^2}{4 \left(m^2 + \frac{a^2}{3} \right)} = \frac{3a^2}{12m^2 + 4a^2}.$$

(1)-ből

$$m^2 = \frac{a^2 \operatorname{tg} \varphi}{12},$$

amely értéket (2)-be helyettesítve és a^2 -tel egyszerűsítve

$$\sin^2 \frac{\varepsilon}{2} = \frac{1 - \cos \varepsilon}{2} = \frac{3}{\operatorname{tg}^2 \varphi + 4},$$

amiből

$$\cos \varepsilon = 1 - \frac{6}{\operatorname{tg}^2 \varphi + 4} = \frac{\operatorname{tg}^2 \varphi - 2}{\operatorname{tg}^2 \varphi + 4}.$$

Mohos Béla (Pannonhalma, Benczés g. III. o. t.)