I. megoldás: Állításunk így is fogalmazható: Bármilyen két értéket is adjunk m-nek, az ezáltal kiválasztott két egyenes metszéspontján mennek át az összes egyenesek.

Válasszunk tehát ki két konkrét egyenest: Pl. legyen $m_1 = 0$ és $m_2 = 1$ akkor a két egyenes egyenlete.

$$\begin{aligned} 3x - 2y + 2 &= 0 \\ 10x - 22y - 1 &= 0. \end{aligned}$$

Ezen egyenletrendszert megoldva a két egyenes metszéspontjaként a $\left(-1,\ -\frac{1}{2}\right)$ pont adódik. E pont koordinátáit az adott általános egyenletbe helyettesítve

$$-(m^2 + 6m + 3) + \frac{1}{2}(2m^2 + 18m + 2) - 3m + 2 = 0,$$

vagyis a

$$-m^2 - 6m - 3 + m^2 + 9m + 1 - 3m + 2 = 0$$

azonosságot kapjuk, tehát tényleg az összes egyenesek átmennek a $\left(-1,\ -\frac{1}{2}\right)$ ponton.

Marik Miklós (Bp. I., Fürst Sándor g. III. o. t.)

II. megoldás: Rendezzük az egyenletet m hatványai szerint

$$(x - 2y)m^2 + 3(2x - 6y - 1)m + 3x - 2y + 2 = 0.$$

Állításunkat igazoltuk, ha kimutatjuk, hogy van olyan x, y pár, amely a fenti egyenletet m-től függetlenül kielégíti, vagyis más szavakkal az,

$$x - 2y = 0, \tag{1}$$

$$2x - 6y - 1 = 0, \tag{2}$$

$$\text{és} \qquad 3x - 2y + 2 = 0 \tag{3}$$

egyenesek egy pontban metszik egymást.

Ehhez elég kimutatni, hogy ezen három egyenletből álló két ismeretlent tartalmazó, egyenletrendszer nem ellentmondó, hanem bármely két egyenletből következik a harmadik. Tényleg (2) kétszereséhez (3)-at hozzáadva, megkapjuk (1) 7-szeresét. Tehát a (2) és (3) egyenletrendszer gyökei: $x = -1$, $y = -\frac{1}{2}$ kielégítik az (1) egyenletet is, amivel állításunk bizonyítást nyert.

Almási Lajos (Bp. II., Rákóczi g. II. o. t.)