

Jelöljük a személy-, teher- és gyorsvonat sebességét rendre c_1 , c_2 és c_3 km/perccel.

A feladat szerint

$$(1) \quad \frac{5}{c_1} + \frac{5}{c_2} = 15,$$

ahol

$$(2) \quad c_2 \leq c_1$$

kikötésünk szerint.

(1)-ből

$$\frac{1}{c_2} = 3 - \frac{1}{c_1}$$

és így (2) figyelembevételével

$$\frac{1}{c_1} \leq 3 - \frac{1}{c_1},$$

amiből

$$c_1 \geq \frac{2}{3},$$

és így (1)-ből

$$c_2 \leq \frac{2}{3}.$$

Mivel a feladat szerint

$$(3) \quad \frac{5}{c_2} + \frac{5}{c_3} = 11$$

azért, ha c_2 felveszi maximális $\frac{2}{3}$ értékét, akkor c_3 értéke minimális és ez a minimális érték kiszámítható (3)-ból:

$$\frac{5}{c_3} = 11 - \frac{5}{c_2} = 11 - \frac{15}{2} = \frac{7}{2},$$

amiből

$$c_3 = \frac{10}{7},$$

vagyis

$$c_3 \geq \frac{10}{7}$$

c_3 maximális értéke a feltétel szerint $\frac{5}{2}$, tehát $c_3 \leq \frac{5}{2}$.

Ha (3)-ba c_3 helyébe a maximális értéket tesszük, akkor nyerjük c_2 -re a minimális értéket:

$$\frac{5}{c_2} = 11 - \frac{5}{c_3} = 11 - 2 = 9,$$

amiből

$$c_2 = \frac{5}{9},$$

vagyis

$$c_2 \geq \frac{5}{9}.$$

Végül, ha c_2 -nek ezen minimális értékét helyettesítjük (1)-be, akkor megkapjuk c_1 maximális értékét:

$$\frac{5}{c_1} = 15 - 9 = 6,$$

amiből

$$c_1 = \frac{5}{6},$$

vagyis

$$c_1 \leq \frac{5}{6}.$$

Tehát a korlátok km/percekben:

$$\begin{aligned}\frac{2}{3} &\leq c_1 \leq \frac{5}{6}, \\ \frac{2}{3} &\geq c_2 \geq \frac{5}{9}, \\ \frac{10}{7} &\leq c_3 \leq \frac{5}{2}.\end{aligned}$$

Áttérve km/óra:

$$\begin{aligned}40 &\leq c_1 \leq 50 \\ 40 &\geq c_2 \geq 33\frac{1}{3} \\ 85\frac{5}{7} &\leq c_3 \leq 150.\end{aligned}$$

Amíg a személy- és gyorsvonat sebessége növekszik, addig a teheré csökken.

Bártfai Pál (Bp. I., Petőfi g. II. o. t.)