

$$\begin{aligned} \text{a)} \quad 1,02^{30} &= (1 + 2 \cdot 10^{-2})^{30} = 1 + \binom{30}{1} 2 \cdot 10^{-2} + 1 + \binom{30}{2} 2^2 \cdot 10^{-4} + \\ &+ \binom{30}{3} 2^3 \cdot 10^{-6} + \binom{30}{4} 2^4 \cdot 10^{-8} + \binom{30}{5} 2^5 \cdot 10^{-10} + \binom{30}{6} 2^6 \cdot 10^{-12} + \dots \end{aligned}$$

Mivel a $(k+1)$ -edik tag és a k -adik tag hányadosa

$$\binom{30}{k} 2^k \cdot 10^{-2k} : \binom{30}{k-1} 2^{k-1} \cdot 10^{-2k+2} = \frac{31-k}{k} \cdot \frac{2}{10^2} = \frac{31-k}{50k} < \frac{1}{12}, \text{ ha } k \geq 7,$$

azért a tagok állandóan csökkennek olymódon, hogy ha a 31 tagból az utolsó 24-et elhanyagoljuk, akkor az elkövetett hiba (durván becsülve) kisebb, mint az első elhagyott tag, vagyis a 8-ik tag $\left(24 \cdot \frac{1}{12} =\right)$ 2-szerese:

$$\binom{30}{7} 2^7 \cdot 10^{-14} \cdot 2 = 2\,035\,800 \cdot 256 \cdot 10^{-14} < 3 \cdot 10^6 \cdot 3 \cdot 10^2 \cdot 10^{-14} = 0,000\,009.$$

Tehát a hiba a 4-ik tizedes jegyet nem befolyásolja. Eszerint tehát elég az első 7 tagot, még pedig minden tagot külön-külön 5 tizedes jegyre, kiszámítani:

$$\begin{array}{r} 1 \\ 0,6 \\ 0,1 \, 7 \, 4 \\ 0,0 \, 3 \, 2 \, 4 \, 8 \\ 0,0 \, 0 \, 4 \, 3 \, 8 \\ 0,0 \, 0 \, 0 \, 4 \, 6 \\ 0,0 \, 0 \, 0 \, 0 \, 4 \\ \hline 1,8 \, 1 \, 1 \, 3 \, 6 \approx 1,8114. \end{array}$$

$$\text{b)} \quad 0,996^{13} = (1 - 4 \cdot 10^{-3})^{13} = 1 - \binom{13}{1} 4 \cdot 10^{-3} + \binom{13}{2} 4^2 \cdot 10^{-6} - \dots$$

Mivel a tagok állandóan csökkenők és váltakozó előjelűek, azért az elkövetett hiba kisebb az első elhanyagolt tag abszolút értékénél. A negyedik tag

$$\binom{13}{3} 4^3 \cdot 10^{-9} = 286 \cdot 64 \cdot 10^{-9} = 0,000018304$$

a 4-ik tizedes jegyet már nem befolyásolja, és így

$$1 - 0,052 + 0,001248 = 1,001248 - 0,052 = 0,949248 \approx 0,9492.$$