

I. megoldás: 6 különböző számjegyből – *mindegyik* számjegy felhasználásával – 6 jegyű számok, csakis ismétlődő számjegyek *nélkül* képezhetők. Számuk $P_6 = 6! = 720$. Ha e 720 számot az összeadásnál szokásos módon képzeljük egymás alá írva, akkor mindegyik oszlopban $5! = 120$ egyes, 120 kettes, $\dots$, 120 hatos lesz. Tehát mindegyik oszlop összege $120(1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6) = 120 \cdot 21 = 2520$. A helyértékeket is figyelembe véve a keresett összeg:

$$2520(1 + 10 + 10^2 + 10^3 + 10^4 + 10^5) = 2520 \cdot 111111 = 279\,999\,720.$$

Elfogadtuk azokat a megoldásokat is, melyek az ismétlődést is megengedték. Ez esetben az alkotható számok száma $V_6^{i,6} = 6^6$ és az összes számok összege

$$\begin{aligned} 6^5(1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6)(1 + 10 + 10^2 + 10^3 + 10^4 + 10^5) = \\ = 7776 \cdot 21 \cdot 111111 = 18\,143\,981\,856. \end{aligned}$$

II. megoldás: Bármely permutációval vagy ismétléses variációval képezett számhoz tudunk egy olyan »kiegészítő« számot alkotni, hogy a szám és kiegészítő szám összege 777777 legyen (pld. $241653 + 536124 = 777777$ vagy $443555 + 334222 = 777777$).

A kiegészítő szám – mint könnyű belátható – mindenkor szükségképpen szintén egy permutációja, illetőleg egy ismétléses variációja az adott 6 elemnek. Ha ezt az összes alkotható 6-jegyű számmal megcseréljük, akkor a nyert kiegészítő számok összessége nyilvánvalóan nem egyéb, mint az adott elemek összes lehetséges permutációi, illetőleg összes lehetséges ismétléses variációi. Tehát az összes alkotható számok és a hozzájuk tartozó összes kiegészítő számok összege a keresett összeg kétszerese.

Tehát csupa különböző jegyből álló számok esetén a keresett összeg:

$$(1) \quad 777777 \cdot \frac{6!}{2} = 777777 \cdot 360 = 279\,999\,720.$$

Ismétlődő számjegyek esetén pedig:

$$(2) \quad 777777 \cdot \frac{6^6}{2} = 777777 \cdot 23328 = 18\,143\,981\,856.$$

Deseő Zoltán (Bp., X., I. László g. II. o. t.)

Megjegyzés: Az (1) és (2) alatti egyenlőségek baloldalai így is írhatók:

$$\frac{123456 + 654321}{2} \cdot 6! \quad \text{illetőleg} \quad \frac{111111 + 666666}{2} \cdot 6^6.$$

Ezt az mutatja, hogy számsorozataink összege a számtani sorozat $\frac{a_1 + a_n}{2} \cdot n$ képletéhez hasonlóan számítható ki, de maguk e számsorozatok nyilvánvalóan *nem* számtani haladványok.