

I. megoldás: Az oldalak metszéspontjai: $A(2, -3)$, $B(5, 6)$, $C(-2, -1)$.

A BC oldal felezőpontjának koordinátái: $\frac{5-2}{2}, \frac{6-1}{2}$, vagyis a felezőpont: $A_1\left(\frac{3}{2}, \frac{5}{2}\right)$. Hasonlóképpen az AC oldal felezőpontja: $B_1(0, -2)$.

Az A_1 pontban a BC oldalra merőleges egyenes egyenlete

$$y - \frac{5}{2} = -\left(x - \frac{3}{2}\right),$$

vagyis

$$(1) \quad y = -x + 4.$$

A B_1 pontban az AC oldalra merőleges egyenes egyenlete

$$y + 2 = 2(x - 0),$$

vagyis

$$(2) \quad y = 2x - 2.$$

(1) és (2)-ből adódik a két oldalt merőlegesen felező egyenesek metszéspontja, vagyis a körülírt kör középpontja: $K(2, 2)$.

A kör sugarát megkapjuk, ha kiszámítjuk a középpont távolságát a háromszög egy tetszőleges csúcspontjától, pl. $B(5, 6)$ -tól:

$$r^2 = (5 - 2)^2 + (6 - 2)^2 = 25.$$

Ezek szerint a kör egyenlete

$$(x - 2)^2 + (y - 2)^2 = 25.$$

Csáki Endre (Győr, Révai g. III. o. t.)

II. megoldás: Legyen a keresett kör egyenlete

$$(x - u)^2 + (y - v)^2 = r^2.$$

Az A, B, C pontok a körön vannak, tehát koordinátáik kielégítik a kör egyenletét:

$$(1) \quad (2 - u)^2 + (-3 - v)^2 = r^2,$$

$$(2) \quad (5 - u)^2 + (6 - v)^2 = r^2,$$

$$(3) \quad (-2 - u)^2 + (-1 - v)^2 = r^2.$$

(1) és (2)-ből

$$u + 3v = 8.$$

(2) és (3)-ból

$$u + v = 4,$$

E két egyenletből

$$u = 2 \quad \text{és} \quad v = 2.$$

Ezen értékeket (1)-be helyettesítve

$$r^2 = (2 - 2)^2 + (-3 - 2)^2 = 25,$$

és így a kör egyenlete:

$$(x - 2)^2 + (y - 2)^2 = 25.$$

Schmidt Eligius (Bp. I., Fürst S. g. II. o. t.)

III. megoldás: Legyen a kör egyenlete

$$x^2 + y^2 + ax + by + c = 0.$$

Behelyettesítve az A, B, C pontok koordinátáit:

$$4 + 9 + 2a - 3b + c = 0,$$

$$25 + 36 + 5a + 6b + c = 0,$$

$$4 + 1 - 2a - b + c = 0.$$

Ezen egyenletrendszer megoldása:

$$a = b = -4, \quad c = -17,$$

vagyis a kör egyenlete

$$x^2 + y^2 - 4x - 4y - 17 = 0,$$

ami megegyezik az előbbi eredménnyel.

Szabó József (Szolnok, Beloiannis g. III. o. t.)