

I. megoldás:

$$\begin{aligned}\operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{4}-\frac{x}{2}\right) &= \frac{\operatorname{tg}\frac{\pi}{4}-\operatorname{tg}\frac{x}{2}}{1+\operatorname{tg}\frac{\pi}{4}\cdot\operatorname{tg}\frac{x}{2}} = \frac{1-\operatorname{tg}\frac{x}{2}}{1+\operatorname{tg}\frac{x}{2}} = \frac{\cos\frac{x}{2}-\sin\frac{x}{2}}{\cos\frac{x}{2}+\sin\frac{x}{2}} = \\ &= \frac{\left(\cos\frac{x}{2}-\sin\frac{x}{2}\right)\left(\cos\frac{x}{2}+\sin\frac{x}{2}\right)}{\left(\cos\frac{x}{2}+\sin\frac{x}{2}\right)^2} = \\ &= \frac{\cos^2\frac{x}{2}-\sin^2\frac{x}{2}}{\cos^2\frac{x}{2}+\sin^2\frac{x}{2}+2\sin\frac{x}{2}\cos\frac{x}{2}} = \frac{\cos x}{1+\sin x}\end{aligned}$$

Révi Ferenc (Bp. XXI., 6. sz. gépip. techn. II. o. t.)

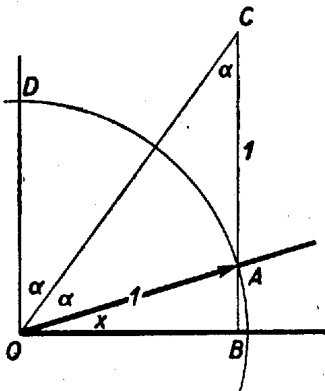
II. megoldás: Ismeretes, hogy $\operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} = \sqrt{\frac{1 - \cos \alpha}{1 + \cos \alpha}}$.

Tehát

$$\begin{aligned} \operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{4}-\frac{x}{2}\right) &= \operatorname{tg} \frac{1}{2}\left(\frac{\pi}{2}-x\right)=\sqrt{\frac{1-\cos \left(\frac{\pi}{2}-x\right)}{1+\cos \left(\frac{\pi}{2}-x\right)}}= \\ &= \sqrt{\frac{1-\sin x}{1+\sin x}}=\sqrt{\frac{(1-\sin x)(1+\sin x)}{(1+\sin x)^2}}=\frac{\sqrt{1-\sin ^2 x}}{1+\sin x}=\frac{\cos x}{1+\sin x} . \end{aligned}$$

Klofszky Emil (Győr, Révai g. III. o. t.)

III. megoldás: Rajzoljuk az x szöveget a szokásos módon az egység sugarú körbe: $OA = 1$, $AB = \sin x$, $OB = \cos x$ (l. ábrát).



Ha a BA szakaszt A -n túl az egységgel meghosszabbítjuk, vagyis $AC = 1$, akkor az $OAC\triangle$ egyenlő szárú és így $\sphericalangle AOC = \sphericalangle ACO = \alpha$. Ha $\sphericalangle DOB = 90^\circ$, akkor $\sphericalangle DOC$, mint váltószög szintén egyenlő α -val, de akkor $2\alpha + x = \frac{\pi}{2}$ és így

$$\alpha = \frac{\pi}{4} - \frac{x}{2}.$$

Az ábrából közvetlenül leolvasható:

$$\operatorname{tg} \alpha = \operatorname{tg} \left(\frac{\pi}{4} - \frac{x}{2} \right) = \frac{OB}{BC} = \frac{OB}{AC + AB} = \frac{\cos x}{1 + \sin x}.$$

Kántor Sándor (Debrecen, Ref. g. III. o. t.)

Megjegyzés: Az ábra csak az I. negyedre szorítkozik, de könnyen általánosítható $x > \frac{\pi}{2}$ -re is.