

Már az $(a + b)$ négyzeténél, köbénél és 7-ik hatványánál észrevehettük, hogy az együtthatók sora balról jobbra olvasva ugyanaz, mint jobbról balra olvasva. Ez természetesen következik a szimmetriaviszonyokból, t. i. abból, hogy $(a + b)^n = (b + a)^n$. De közvetlenül is bebizonyíthatjuk, hogy az előlről számított $(k + 1)$ -edik tag együtthatója $\binom{n}{k}$ egyenlő a hátulról számított $(k + 1)$ -edik binomiális együtthatóval $\binom{n}{n - k}$ -val, ahol $k = 0, 1, 2, \dots, n$.

$$\begin{aligned} k = 0 \quad \text{és} \quad k = n \quad \text{esetén} \quad \binom{n}{0} = 1 = \binom{n}{n} \\ k = 1, 2, \dots, (n - 1) \quad \text{esetén pedig} \\ \binom{n}{k} = C_n^k = \frac{V_n^k}{k!} \quad \text{és mivel} \quad V_n^k = \frac{P_n}{(n - k)!} = \frac{n!}{(n - k)!}, \end{aligned}$$

azért

$$\binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n - k)!}.$$

Ha itt most k helyett $(n - k)$ -t írunk, akkor a nevező két tényezője cserélődik fel:

$$\binom{n}{n - k} = \frac{n!}{(n - k)![n - (n - k)]!} = \frac{n!}{(n - k)!k!} = \binom{n}{k}$$

Hogy $\binom{n}{k} = \binom{n}{n - k}$, vagyis $C_n^k = C_n^{n - k}$ abból az egyszerű meggondolásból is következik, hogy n elemből annyiféleképpen lehet k elemet kiválasztani, ahányféleképpen $(n - k)$ elemet visszahagyni és fordítva.¹

Ha az $\binom{n}{k}$ szimbólumban $k > \frac{n}{2}$, akkor természetesen előnyösebb $\binom{n}{k}$ helyett a vele egyenlő $\binom{n}{n - k}$ -t kiszámítani. Pld. $\binom{7}{5} = \binom{7}{2} = \frac{7 \cdot 6}{1 \cdot 2} = 21$, $\binom{9}{8} = \binom{9}{1} = 9$ stb.

¹ Ezzel megoldását adtuk a 434. sz. feladatnak.