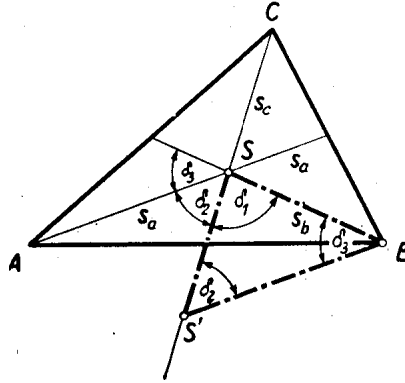


I. megoldás: Legyenek az ABC_{Δ} súlyvonalai rendre s_a, s_b, s_c , súlypontja S . Jelölje a súlyvonalak által bezárt hegyes szögeket rendre δ_1 (s_b és s_c szöge), δ_2 (s_a és s_c szöge) és δ_3 (s_a és s_b szöge). (L. ábrát.) Az S pont centrális tükörképe az AB oldal felezőpontjára nézve legyen S' .



A bebizonyítandó tételünk

$$\frac{s_a}{\sin \delta_1} = \frac{s_b}{\sin \delta_2} = \frac{s_c}{\sin \delta_3},$$

vagyis másképpen írva

$$s_a : s_b : s_c = \sin \delta_1 : \sin \delta_2 : \sin \delta_3.$$

Az $ASBS'$ négyszög paralelogramma, mert az átlók felezik egymást. Az $SS'B_{\Delta}$ -ben az $S\angle = \delta_1$, az $S'\angle = \delta_2$ (mint váltószög) és a $B\angle = \delta_3$ (mint megfelelő szög). Az $SS'B_{\Delta}$ oldalai pedig rendre a súlyvonalak $\frac{2}{3}$ -ad részei, mert ismeretes, hogy a S a súlyvonalakat 2 : 1 arányban osztja. Az $SS'B_{\Delta}$ -re alkalmazott sinus-tétel szolgáltatja tételünk állítását.

Horváth Jenő (Celldömölk, Gábor Áron g. III. o. t.)

II. megoldás: Ha az ABC_{Δ} területét T -vel, a BCS_{Δ} , ACS_{Δ} és ABS_{Δ} háromszögek területeit pedig rendre t_1 , t_2 , ill. t_3 -mal jelöljük, akkor ismeretes, hogy

$$(1) \quad t_1 = t_2 = t_3 = \frac{T}{3}.$$

A területképletet felhasználva:

$$\begin{aligned} t_1 &= \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} s_b \cdot \frac{2}{3} s_c \sin \delta_1 = \frac{2}{9} s_b s_c \sin \delta_1, \\ t_2 &= \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} s_a \cdot \frac{2}{3} s_c \sin \delta_2 = \frac{2}{9} s_b s_c \sin \delta_2. \end{aligned}$$

(1) alapján

$$\frac{2}{9} s_b s_c \sin \delta_1 = \frac{2}{9} s_a s_c \sin \delta_2,$$

vagyis

$$s_b \sin \delta_1 = s_a \sin \delta_2,$$

amiből

$$\frac{s_a}{\sin \delta_1} = \frac{s_b}{\sin \delta_2}.$$

Teljesen hasonlóképpen bizonyítható, hogy $\frac{s_b}{\sin \delta_2} = \frac{s_c}{\sin \delta_3}$.

Kardos Péter (Szolnok, 16. sz. gépip. techn. II. o. t.)