I. megoldás: Legyenek a háromszög szögei $\alpha-\delta$, α, $\alpha+\delta$, oldalai $\frac{a}{q}$, a, aq

$$\begin{gathered}(\alpha-\delta)+\alpha+(\alpha+\delta)=180^\circ,\\ 3\alpha=180^\circ,\\ \alpha=60^\circ\end{gathered}$$

Az α-val szemben fekvő oldal nyilván a középső hosszúságú a. Felírva a cosinus-tételt:

$$a^2=\frac{a^2}{q^2}+a^2q^2-2a^2\cos 60^\circ$$

a^2-tel osztva, q^2-tel szorozva, a $\cos 60^\circ=\frac{1}{2}$-et helyettesítve:

$$q^2=1+q^4-q^2,$$

ahonnan

$$\left(1-q^2\right)^2=0$$

azaz

$$q=1$$

(q a feladat természetéből csak pozitív lehet).

A háromszög tehát csak egyenlő oldalú lehet.

Szilárd Miklós (Balassagyarmat, Balassa g. III. o. t.)

II. Megoldás: A szögek és az oldalak jelölése az előbbi.

$$\alpha=60^\circ.$$

Kétszer alkalmazva a sinus-tételt:

$$\frac{\sin 60^\circ}{\sin(60^\circ+\delta)}=\frac{a}{aq}=\frac{1}{q},\qquad\qquad \frac{\sin(60-\delta)}{\sin 60^\circ}=\frac{\frac{a}{q}}{a}=\frac{1}{q}.$$

Ebből:

$$\begin{gathered}\sin^2 60^\circ=\sin(60^\circ+\delta)\cdot\sin(60^\circ-\delta)=\\ =(\sin 60^\circ\cos\delta+\cos 60^\circ\sin\delta)(\sin 60^\circ\cos\delta-\cos 60^\circ\sin\delta)=\\ =\sin^2 60^\circ\cos^2\delta-\cos^2 60^\circ\sin^2\delta.\\ \sin^2 60^\circ=\frac{\sqrt{3}}{2},\qquad \cos 60^\circ=\frac{1}{2}.\end{gathered}$$

Ezt helyettesítve, majd 4-gyel szorozva

$$3=3\cos^2\delta-\sin^2\delta=4\cos^2\delta-1,$$

azaz

$$\cos^2\delta=1,\qquad\qquad \delta=0^\circ.$$

A fenti követelménynek megfelelő háromszög csak a szabályos háromszög.

Csáki Endre (Győr, Révai g. III. o. t.)