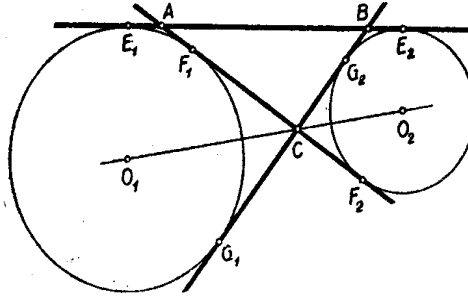


I. megoldás: Legyenek a külső érintő érintési pontjai E_1 és E_2 , a belső érintőké F_1 , F_2 illetőleg G_1 , G_2 . A külső érintőnek a belső érintőkkel való metszéspontjai A és B .



Bebizonyítandó, hogy

$$\begin{aligned} AE_1 &= BE_2. \\ AE_1 &= E_1E_2 - AE_2, \\ BE_2 &= E_1E_2 - BE_1. \end{aligned} \quad (1)$$

Valamely külső pontból a körhöz húzott érintő darabok egyenlők, tehát

$$\begin{aligned} AE_2 &= AF_2 = AF_1 + F_1F_2 = AE_1 + F_1F_2. \\ BE_1 &= BG_1 = BG_2 + G_1G_2 = BE_2 + G_1G_2 = BE_2 + F_1F_2. \end{aligned}$$

AE_2 és BE_1 ezen értékeit behelyettesítve (1)-be, adódik:

$$\begin{aligned} AE_1 &= E_1E_2 - AE_1 - F_1F_2; \\ BE_2 &= E_1E_2 - BE_2 - F_1F_2. \end{aligned}$$

Innen $2AE_1 = E_1E_2 - F_1F_2 = 2BE_2$, vagyis

$$AE_1 = BE_2.$$

II. megoldás: Jelöljük (az eddigi jelöléseket megtartva) a belső érintők metszéspontját C -vel. E_1 és E_2 az ABC_Δ -et kívülről érintő körök érintési pontjai az AB oldalon és így $AE_2 = BE_1 = s$, ahol s az ABC_Δ félkerülete.

$$\begin{aligned} AE_2 &= AB + BE_2, \\ BE_1 &= AB + AE_1, \quad \text{miből} \quad AE_1 = BE_2. \end{aligned}$$

Schmidt Eligius (Bp., Fürst Sándor g. II. o. .t.)