Legyenek egy tetszőleges sokszög oldalai a_1, a_2, …, a_k, a hozzájuk tartozó középponti szögek α_1, α_2, …, α_k, a kör sugarát válasszuk mértékegységnek. Ekkor a területre két oldalból és a közbezárt szögből):

$$2T = \sin\,\alpha_1 + \sin\,\alpha_2 + \ldots + \sin\,\alpha_k,$$

A kerületre pedig

$$K = 2\left(\sin\frac{\alpha_1}{2} + \sin\frac{\alpha_2}{2} + \ldots + \sin\frac{\alpha_k}{2}\right).$$

Feltehetjük, hogy a kör középpontja a poligon belsejében van, mert könnyen látható, hogy ellenkező esetben a középponthoz legközelebbi oldalt a középpontra tükrözve olyan poligont kapunk, melynek területe is, kerülete is nagyobb mint az eredetié volt.

Ez esetben az α-k 180°-nál kisebbek. Mivel ilyen szögekre a $\sin\ x$ függvény konkáv, kapjuk, hogy

$$2T = \sin\,\alpha_1 + \sin\,\alpha_2 + \ldots \sin\,\alpha_k \leqq k\,\sin\frac{\alpha_1 + \alpha_2 + \ldots + \alpha_k}{k} = k\,\sin\frac{360^\circ}{k}$$

és

$$K = 2\left(\sin\frac{\alpha_1}{2} + \sin\frac{\alpha_2}{2} + \ldots + \sin\frac{\alpha_k}{2}\right) \leqq$$
$$\leqq 2\,k\,\sin\left(\frac{\alpha_1 + \alpha_2 + \ldots + \alpha_k}{2}\right) = 2\,k\,\sin\frac{180^\circ}{k}.$$

A jobboldalon a szabályos k-szög területének kétszerese, ill. a kerülete áll, így azt kaptuk, hogy a szabályos sokszögnek lesz a területe is kerülete is a legnagyobb.