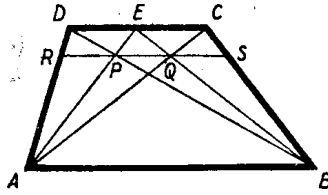


Legyenek a trapéz csúcspontjai A , B , C és D . A CD párhuzamos oldal felezőpontja E , az AE és BD egyenesek metszéspontja P , az AC és BE metszéspontja Q . A PQ egyenesnek metszéspontjai az AD , ill. BC szárakkal legyenek R és S . Bebizonyítandó, hogy $RP = PQ = QS$.



Először azt bizonyítjuk, hogy a PQ egyenes párhuzamos a trapéz párhuzamos oldalaival.

$$ABP\Delta \sim EDP\Delta,$$

mert a szögek egyenlők. Ebből következik, hogy

$$AP : PE = AB : ED,$$

hasonlóképpen nyerjük, az AQB és CQE hasonló háromszögekből, hogy

$$BQ : QE = AB : EC.$$

Mivel $ED = EC$, azért $BQ : QE = AP : PE$. Ebből $(BQ + QE) : QE = (AP + PE) : PE$, vagyis

$$BE : QE = AE : PE.$$

Az ABE háromszögben és a PQE háromszögben két-két oldal aránya egyenlő, a két oldal által bezárt szög közös, tehát e két háromszög hasonló és így PQ és AB párhuzamosak.

Az ACD háromszögnek AE súlyvonala, s így felezi a CD oldallal párhuzamos RQ szakaszt is: $RP = PQ$. Hasonlóképpen a BDC háromszögből $PQ = QS$. Összevetve $RP = PQ = QS$, amit bizonyítani akartunk.