

Legyen a három négyzetszám  $x^2$ ,  $y^2$ ,  $z^2$ . A feltétel szerint ezek számtani sorozatot alkotnak, tehát

$$y^2 - x^2 = z^2 - y^2, \text{ vagyis } z^2 + x^2 = 2y^2$$

Keressük ezen egyenlet összes egész számú megoldásait. Megmutatjuk, hogy az  $x$ ,  $y$ ,  $z$  megoldásokhoz kölcsönösen és egyértelműen hozzárendelhető egy pythagorasi számhármast:  $a$ ,  $b$ ,  $c$ , melyre tehát  $a^2 + b^2 = c^2$ . Legyen ugyanis  $a = \frac{x+z}{2}$ ,  $b = \frac{x-z}{2}$ ,  $c = y$ . Akkor valóban  $a^2 + b^2 = \left(\frac{x+z}{2}\right)^2 + \left(\frac{x-z}{2}\right)^2 = \frac{x^2+z^2}{2} = y^2 = c^2$ .  $\frac{x+z}{2}$  és  $\frac{x-z}{2}$  egész számok, mert  $x$  és  $z$  egyenlő párosságúak  $z^2 + x^2 = 2y^2$  szerint.

Így megkaptunk minden pythagorasi számhármast, ugyanis bármely  $a$ ,  $b$ ,  $c$  pythagorasi hármast az

$$x = a - b, \quad y = c, \quad z = a + b$$

számhármastól kaptuk az előbbi módon. Innen látható az is, hogy az eljárással minden pythagorasi számhármast csak egyszer kaptunk meg, vagyis minden  $a$ ,  $b$ ,  $c$ -hez csak egy  $x$ ,  $y$ ,  $z$  tartozik.

Tehát minden a feltételt kielégítő  $x$ ,  $y$ ,  $z$  számhármashoz tudtunk rendelni egy és csak egy pythagorasi számhármast.

*Kántor Sándor* (Debrecen, III. o.)