

Vegyük észre, hogy $\sqrt{2+\sqrt{3}} \cdot \sqrt{2-\sqrt{3}} = 1$, s így a szorzat bármely hatványa is 1. Így az $y = \left(\sqrt{2+\sqrt{3}}\right)^x$ és $z = \left(\sqrt{2-\sqrt{3}}\right)^x$ mennyiségek közt az

$$y + z = 4,25, \quad yz = 1$$

összefüggések állnak fenn. A másodfokú egyenlet gyökei és együtthatói közti összefüggésekből tudjuk, hogy ha két mennyiségnek adott az összege és a szorzata, akkor ezek gyökei egy olyan másodfokú egyenletnek, melyben a másodfokú tag együtthatója 1, az elsőfokúé az összeg negatívja, az állandó tag pedig a mennyiségek szorzata. Esetünkben tehát y és z gyökei az

$$u^2 - 4,25u + 1 = 0$$

egyenletnek, mégpedig úgy értve, hogy bármelyik gyököt választhatjuk y -nak, mindig a másik gyök lesz z . A másodfokú egyenlet gyökei

$$u_{1,2} = \frac{4,25 \pm \sqrt{4,25^2 - 2^2}}{2} = \frac{4,25 \pm 3,75}{2}, \quad u_1 = 4, \quad u_2 = \frac{1}{4}.$$

Innen az eredeti egyenlet két gyöke:

$$\left(\sqrt{2+\sqrt{3}}\right)^{x_1} = 4, \quad x_1 = \frac{\log 4}{\log \left(\sqrt{2+\sqrt{3}}\right)} = 1,575 \dots$$

és hasonlóan

$$x_2 = \frac{\log 1/4}{\log \left(\sqrt{2+\sqrt{3}}\right)} = -\frac{\log 4}{\log \left(\sqrt{2+\sqrt{3}}\right)} = -x_1.$$