

Vegyük a felbontandó valódi törtben foglalt legnagyobb törzstörtet és vonjuk ki a törtből $\frac{a}{b} = \frac{1}{n_1} + \frac{a_1}{b_1}$.

A maradékból megint vonjuk le a benne foglalt legnagyobb törzstörtet. $\frac{a}{b} = \frac{1}{n_1} + \left(\frac{1}{n_2} + \frac{a_2}{b_2}\right)$. A 308. feladatból tudjuk, hogy $a > a_1 > a_2$. Így, ha az eljárást folytatjuk, végül maga a maradék is törzstört lesz, és így

$$\frac{a}{b} = \frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2} + \dots + \frac{1}{n_k}.$$

Még azt lássuk be, hogy a felbontásban szereplő törzstörtek mind különbözőek. Ehhez elég lesz azt belátnunk, hogy mindegyik kisebb az előtte levőnél. Ha $\frac{1}{n_1}$ az első törzstört, akkor a másodikat úgy kapjuk, hogy vesszük az $\frac{a}{b} - \frac{1}{n_1}$ -nél kisebb legnagyobb törzstörtet. Azt kellene belátni, hogy ez kisebb mint $\frac{1}{n_1}$. Ehhez elég belátni, hogy $\frac{a}{b} - \frac{1}{n_1} < \frac{1}{n_1}$. De ez igaz, mert $\frac{a}{b} < \frac{1}{n_1 - 1}$ és így

$$\frac{a}{b} - \frac{1}{n_1} < \frac{1}{n_1 - 1} - \frac{1}{n_1} = \frac{1}{n_1(n_1 - 1)} \leq \frac{1}{n}.$$

Ha tehát tovább folytatjuk a felbontást, egyre kisebb törzstörteket kapunk, ezek között tehát nem lehetnek egyenlők.

Ez a felbontás nyilván nem egyértelmű, mert, ha $\frac{a}{b} = \frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2} + \dots + \frac{1}{a_{n-1}} + \frac{1}{a_n}$ akkor felhasználva, hogy $\frac{1}{a_n} = \frac{1}{a_n + 1} + \frac{1}{a_n(a_n + 1)}$ egyúttal $\frac{a}{b} = \frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2} + \dots + \frac{1}{a_{n+1}} + \frac{1}{a_n + 1} + \frac{1}{a_n(a_n + 1)}$.