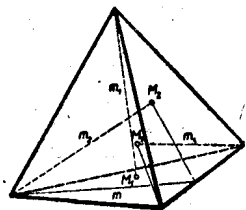


Válasszuk ki a három leghosszabb testmagasságot: m_1, m_2, m_3 . Legyen ezek talppontja rendre: M_1, M_2, M_3 . Fordítsuk úgy a tetraédert, hogy az alaphoz m_1 magasság tartozzon. Az M_2 és M_3 pontok a tetraéder egy-egy oldallapján vannak. Ezek közül az egyik, pl. az M_2 -n átmenő oldallapon fekvő alapélt jelöljük a -val, az alaplapp a -hoz tartozó magasságát m -mel, ekkor amm_1 a tetraéder hatszoros köbtartalma.



Kössük össze m és a egyenesek metszéspontját az M_2 ponttal, ezáltal oly derékszögű háromszög keletkezik, melynek átfogója m , egyik befogója m_2 , eszerint $m \geq m_2$. Az m_3 magasság az a él egyik végpontjából indul ki. Kössük össze az él másik végpontját is az M_3 ponttal, ezáltal oly derékszögű háromszög keletkezik, melynek átfogója a , egyik befogója m_3 , eszerint $a \geq m_3$. E két egyenlőtlenség figyelembevételével

$$amm_1 \geq m_1m_2m_3.$$

tehát a tetraéder hatszoros térfogata nagyobb vagy legfeljebb egyenlő a három legnagyobb testmagasság szorzatával.

Az egyenlőség akkor és csakis akkor következik be, ha mind a két derékszög egyenessé fajul, ekkor m egybeesik m_2 -vel, a pedig m_3 -mal. Ilyen a tetraéder, ha három lapja páronként merőleges egymásra, tehát derékszögű csúcsa van.

Kántor Sándor