

Legyen $a \leq b \leq c$. A háromszögben két oldal különbsége kisebb a harmadiknál, tehát

$$c - b < a, \quad c - a < b \quad \text{és} \quad b - a < c.$$

Minthogy mindegyik egyenlőtlenség baloldalán pozitív szám van, tehát négyzetre emelés után is fennáll az egyenlőtlenség, vagyis

$$(b - a)^2 < c^2, \quad (c - a)^2 < b^2 \quad \text{és} \quad (c - b)^2 < a^2.$$

Ha a négyzeteket tagokra bontjuk és a három egyenlőtlenség megfelelő oldalait összeadjuk, akkor

$$2a^2 + 2b^2 + 2c^2 - 2(ab + ac + bc) < a^2 + b^2 + c^2,$$

amiből már következik, hogy

$$a^2 + b^2 + c^2 < 2(ab + ac + bc).$$

Megoldotta: Barabás Gy., Dancs I., Kántor S., Kovács L., Rédly E., Reichlin V., Zobor E.