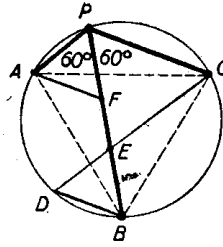


I. megoldás: a) Jelöljük a körön felvett pontot P -vel, a belőle kiinduló hűrok másik végpontjait A , B és C -vel.



Nyilván $\angle APB = \angle ACB$ és $\angle BPC = \angle BAC$ (ugyanazon íven álló kerületi szögek) tehát az $\triangle ABC$ két szögéről közvetlenül látjuk, hogy 60° , csak ezzel bizonyítva is van, hogy a kérdéses háromszög egyenlőoldalú.

b) Rajzoljunk a P -ből induló középső húr B végpontjában a húrral 60° -os szöget bezáró egyenest, messe ez a kört a D pontban. Kössük össze D pontot C -vel, PB és DC egyenesek metszéspontját jelöljük E -vel. A szerkesztés szerint $BD = PA$ és $\triangle BDE$ szabályos, B -nél fekvő szögét 60° -osnak rajzoltuk, $\angle EDB$ pedig ugyanazon a köríven áll, mint a $\angle CAB$, tehát $PA = EB$. Továbbá $\angle DEB = \angle PEC = 60^\circ$, eszerint a $\triangle PEC$ is szabályos, mert P -nél levő szöge is 60° , tehát $PC = PE$. Összefoglalva a két eredményt

$$PC + PA = PE + EB = PB.$$

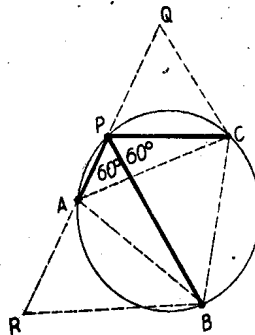
Megoldotta: Kovács L.

II. megoldás: Az $\triangle ABC$ szabályos, mint az előző megoldásban láttuk. A középső húrra P ponttól kezdve mérjük rá a PA távolságot, jelöljük a végpontját F -fel. $\triangle FPA$ szabályos, mert két oldala egyenlő és egymással 60° -os szöget zár be, eszerint a háromszög külső szöge $\angle AFB = 120^\circ$.

Másrészt $AF = AP$ és $AB = AC$, tehát $\triangle AFB \cong \triangle APC$ és így $FB = PC$.

Megoldotta: Béres A., Gergely A., Kálmán L., Müller Z., Papp I., Szabó Magdolna, Tisovszky J., Zobor E.

III. megoldás: PC szélső húr fölé rajzoljunk szabályos háromszöget, ennek harmadik, Q csúcspontja nyilván AP meghosszabbításába esik és AQ egyenlő a két szélső húr összegével.



Továbbá

$$\begin{aligned} \triangle CQA &\cong \triangle CPB \\ (AC = BC, CQ = CP \text{ és } \angle CQA = \angle CPB = 60^\circ) \end{aligned}$$

tehát AQ egyúttal egyenlő a középső húrral, PB -vel.

Megoldotta: Kántor S.

IV. megoldás: A középső húr fölé rajzolt $\triangle PRB$ szabályos háromszög segítségével $\triangle ARB$ és $\triangle CPB$ egybevágósága alapján bizonyították be a tételt.

Megoldotta: Durst E., Oláh J., Szathury Éva.

Másféle segédábrát használt fel: Cser Ilona, Guszti S., Lipák J., Osztein P.

V. megoldás: Ptolemaius tétele szerint a húrnégyszögben az átlók szorzata egyenlő a szemközti oldalak szorzatainak összegével. Alkalmazzuk a tételt az $ABCP$ négyszögre:

$$AC \cdot PB = PA \cdot BC + PC \cdot AB.$$

Ebből – figyelembe véve az AC , BC és AB távolságok egyenlőségét, tételünk $PB = PA + PC$ közvetlenül kiolvasható.

Megoldotta: Dömölki B., Sajó J., Villányi O.

Trigonometriai összefüggések felhasználásával oldotta meg: Dávid P., Durst E., Pipó Margit.

Csak a tétel a) részét bizonyította be: Dievald Emília, ifj. Csonka P., Főző Éva, Rasztoovich M., Tilesch F., Zatykó L.