

A magasabb rendű számtani sorozatokról szóló cikk (10) formulája megadja egy tetszőleges rendű számtani sorozat összegét (4. szám 190. old.). Az 1, 3, 6, 10, ... háromszögszám-sorozat másodrendű számtani haladvány, összegének meghatározásában csupán a (10)-ben szereplő $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ megállapítása a feladat.

$$\begin{aligned}\alpha_n^{(2)} &= \alpha_1 + \alpha_2 \binom{n-1}{1} + \alpha_3 \binom{n-1}{2} \text{-ből} \\ \alpha_1 &= 1, \\ \alpha_1 + \alpha_2 &= 1 + \alpha_2 = 3, \quad \alpha_2 = 2, \\ \alpha_1 + \binom{2}{1} \alpha_2 + \alpha_3 &= 5 + \alpha_3 = 6, \quad \alpha_3 = 1.\end{aligned}$$

Ha tehát az első n háromszögszám összegét S_{n+1} jelöli, akkor

$$S_{n+1} = 1 \binom{n}{1} + 2 \binom{n}{2} + 1 \binom{n}{3} = n + \frac{2n(n-1)}{2} + \frac{n(n-1)(n-2)}{6} = \frac{n(n+1)(n+2)}{6}.$$

Ha itt $n = 1, 2, 3, 4, \dots$ -t helyettesítjük, az 1, 4, 10, 20, ... sorozatot nyerjük, amely valóban egyezik a háromszögszámok összeadása révén nyert sorozattal.

Villányi Ottó (III. oszt. Szentendre)