

Ezt a feladatot visszavezetjük a 217-es feladathoz hasonló feladatra.

Legyen k egy tetszés szerinti nagy rögzített pozitív szám. Helyettesítsünk u helyébe 2^x -et, akkor

$$2^{2^x} > 2^{kx}.$$

Ez az egyenlőtlenség teljesül, ha $2^x > kx$. k felírható, mint 2-nek valamilyen hatványa, vagyis $2^x > 2^c x$ egyenlőtlenséget kell vizsgálnunk. Legyen $x = 2^{t+1}$. Ekkor a következő egyenlőtlenséget kapjuk

$$2^{2^{t+1}} > 2^c \cdot 2^{t+1} = 2^{c+t+1}$$

Ismét a kitevőket vizsgálva

$$2^{t+1} > c + t + 1 \text{-nek kell teljesülnie.}$$

A baloldal átalakítható, mert $2^{t+1} = 2^t + 2^t$.

$$2^t + 2^t > c + t + 1$$

de $2^t > t$

Tehát a feltétel teljesül, ha $2^t > c + 1$

vagyis
$$t > \frac{\log(c+1)}{\log 2}$$

Visszahelyettesítve $x = 2^{t+1} > 2^{\frac{\log(c+1)}{\log 2} + 1} = 2^{\frac{\log [2(c+1)]}{\log 2}}$

és
$$u = 2^x > 2^2 \frac{\log [2(c+1)]}{\log 2} \text{ ahol } c = \frac{\log k}{\log 2}$$

Megjegyzés. Ez a becslés nem a pontos korlátot adja, hanem a 217 esetében $k = 100$ így $c = \frac{2}{\log 2} > 7$,

$x > 2^{\frac{\log 16}{\log 2}} = 2^4 = 16$. Viszont már láttuk, hogy $u \geq 10$ -től is igaz a keresett egyenlőtlenség.