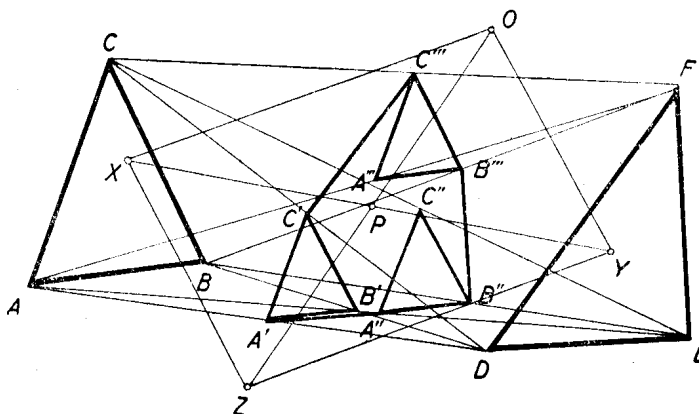


a) Legyen az OZ és XY egyenesek metszéspontja P . Ez esetben, mivel $OP = \frac{1}{2} OZ$, a P pontok által lefedett idom a Z pontok által kitöltött idomhoz hasonló és O centrumra nézve hasonló helyzetű, oldalai feleakkorák. Ezt tudva elegendő lesz a P pontok által lefedett idomot tanulmányozni.

A P pontokat úgy kapjuk, hogy az ABC és DEF háromszögek egy-egy belső, vagy kerületi pontjának összekötő egyenesét megfelezzük. Ha pl. Y pont összeesik D -vel és X az $ABC\Delta$ tetszőleges pontja, a P pontok az $A'B'C'\Delta$ -et fedik le.



Ha Y -t végigvisszük a DE oldalon, eközben az $A'B'C'\Delta$ párhuzamosan eltolódik az $A''B''C''\Delta$ -be, ha Y -t tovább visszük az EF oldalon F -ig, az $A''B''C''\Delta$ eltolódik $A'''B'''C'''\Delta$ -be, végül, ha X -t az FD oldalon visszavisszük D pontig, az $A'''B'''C'''\Delta$ ismét párhuzamosan tolódik el $A'B'C'\Delta$ -be.

Eszerint a $DEF\Delta$ minden Y_i kerületi pontjához tartozik a P pontoknak egy $A_iB_iC_i$ háromszöge, ha pedig Y_i -t a $DEF\Delta$ belsejében futó tetszőleges egyenesszakaszon visszük végig a kerület egy másik Y_k pontjáig, az $A_iB_iC_i\Delta$ önmagával párhuzamosan az Y_k -hoz tartozó $A_kB_kC_k\Delta$ -be tolódik el. Így a $DEF\Delta$ minden belső Y_l pontjához a P pontoknak egy olyan $A_lB_lC_l\Delta$ -e tartozik, mely az $A'C'C'''B'''B''A''$ hatszög belsejébe esik.

b) A szerkesztés szerint a P pontok egy hatszöget fődnek be. Az oldalak száma annyival redukálódhat, ahány párhuzamos oldala van az ABC és DEF háromszögeknek. A redukálódás csak akkor következik be, ha az azonos körüljárással megbetűzött háromszögek párhuzamos oldalai egyenlő irányúak is.

c) A szerkesztés szerint a P pontok által lefedett hatszög kerülete olyan szakaszokból tevődik össze, melyek mindegyike fele az ABC és DEF háromszögek egy-egy oldalának, így e hatszög kerülete is fele a két háromszög kerülete összegének. A Z pontok által lefedett hatszög oldalai, mint megállapítottuk, az előbbinek kétszeresei, tehát kerülete éppen a két háromszög kerületének összege.

Kiegészítésképpen vizsgáljuk meg az $OXYZ$ és $OYXZ$ paralelogrammák Z pontjai által lefedett idomokat is. (Lásd a 278. kitűzött feladatot. 288 old.).