

Részletesebben a feladat a következő állítás bizonyítását kívánja: Legyen P és P' két pont melyek egymásnak tükörképei a gömbön az e körre vonatkozóan. E legyen a gömb egy tetszőleges P -től és P' -től különböző pontja. δ az E -vel átellenes pontban húzott érintő. Ha a gömböt E -ből sztereografikus projekcióval vetítjük δ -ra, akkor P és P' képe egymás tükörképei (inverzei) az e kör képére nézve.

Adott pontnak adott körre nézve a tükörképét azzal értelmeztük, hogy a ponton keresztül a körre ortogonális köröket rajzoltunk. Az összes ilyen körök második metszéspontja is közös, ezt neveztük az adott pont tükörképének. Hasonlóan értelmeztük a gömbön is egy pont tükörképét egy körre vonatkozóan.

Rajzoljunk tehát P -n át két e -re ortogonális kört, ezek metszéspontja adja P' -t. E -ből vetítve δ -ra e képe egy e_1 kör lesz. A másik két kör képe P és P' képén átmenő kör lesz. Mivel a sztereografikus projekció szögtartó, a két kör ortogonális is lesz e_1 -re, tehát metszéspontjaik definíció szerint egymás tükörképei az e_1 körre nézve.

Ha E -t az e körön választjuk, akkor nyilván e_1 egyenes és P és P' képe erre vonatkozó közönséges tükörképek.

Megjegyzés: Ha e főkör, akkor az e -re való tükrözés a gömbön az e síkjára vonatkozó közönséges tükrözéssel egyezik meg, tehát többek közt körtartó és szögtartó. Ha ezt vetítjük a síkra, akkor is inverzióba megy át a tükrözés. Tudva, hogy a sztereografikus projekció szögtartó és körtartó, ezzel újabb bizonyítását kapjuk annak, hogy az inverciónak is megvannak ezek a tulajdonságai. Ha most megfordítva a síkban egy inverziót vetítünk vissza a körre, akkor azt is nyerjük, hogy a gömbön tetszőleges körre való tükrözés is körtartó és szögtartó.