I. megoldás: Ismeretes, hogy $a = 2r \cdot \sin\alpha$, $b = 2r \cdot \sin\beta$, $c = 2r \cdot \sin\gamma$. A háromszög területét jelöljük t-vel.

$$2r(p_a \sin\alpha + p_b \cdot \sin\beta + p_c \cdot \sin\gamma) = p_a \cdot a + p_b + p_c \cdot c = 2t =$$
$$= ab \cdot \sin\gamma = 2r \sin\alpha \cdot 2r \sin\beta \cdot \sin\gamma.$$

Mindkét oldalt $2r$-rel osztva:
$p_a \sin\alpha + p_b \cdot \sin\beta + p_c \cdot \sin\gamma = 2r \sin\alpha \sin\beta \sin\gamma.$

Tar Katalin (Keszthely, premontrei gimn. V.)

II. megoldás: $p_a = r \cdot \cos\alpha$, $p_b = r \cdot \cos\beta$, $p_c = r \cdot \cos\gamma$.

$$p_a \sin\alpha + p_b \sin\beta + p_c \cos\gamma = r(\sin\alpha\cos\alpha + \sin\beta\cos\beta + \sin\gamma\cos\gamma) =$$
$$= \frac{r}{2}(\sin 2\alpha + \sin 2\beta + 2\sin\gamma\cos\gamma) = \frac{r}{2}\big[2\sin(\alpha+\beta)\cos(\alpha-\beta)+$$
$$+2\sin\gamma\cos\gamma\big] = \frac{r}{2}\big[2\sin\gamma\cos(\alpha-\beta) + 2\sin\gamma\cos\gamma\big] =$$
$$= r\sin\gamma\big[\cos(\alpha-\beta) - \cos(\alpha+\beta)\big] = r\sin\gamma(\cos\alpha\cos\beta+$$
$$+\sin\alpha\sin\beta - \cos\alpha\cos\beta + \sin\alpha\sin\beta) = 2r\sin\alpha\sin\beta\sin\gamma.$$

Gehér László (Zalaegerszegi gimn. VII. o.)