

Egy szám négyzetének utolsó néhány jegyére csak az alap végén ugyanannyi számjegy van befolyással, mert $(10^k a + b)^2 = 10^k(10^k a^2 + 2ab) + b^2$. Így a keresett számok utolsó jegye csak 0, 1, 5 vagy 6 lehet, mert ezeknek végződik a négyzete is ugyanerre a jegyre.

Keressük most az utolsó előtti jegyet. Ha az utolsó jegy 0, $(10x + 0)^2 = 100x^2$, tehát csak $x = 0$ lehet az utolsó előtti. $(10y + 1)^2 = 100y^2 + 20y + 1$, tehát $2y = y$, $y = 0$ kell legyen. Ha az utolsó jegy 5, $(10z + 5)^2 = 100(z^2 + z) + 25$, tehát $z = 2$. Végül, ha az utolsó jegy 6, $(10u + 6)^2 = 100(u^2 + u) + 10(2u + 3) + 6$, tehát $2u$ -tól $+3$ csak 10 többszörösében térhet el u -tól, más szóval $10|(u + 3)$, $u = 7$.

Így a 00, 01, 25, 76 végű számoknak végződik a négyzete ugyanerre a két jegyre.

Megjegyzés: A 01, 25, 76-ra végződő tizedes törtek négyzete is ugyanezekre a számjegyekre végződik. (A 00-t nem tekinthetjük tizedestört „végződés”-nek.) Sőt GACSÁLYI SÁNDOR helyesen jegyzi meg, hogy a megállapított számoknak nemcsak második, hanem minden magasabb egész kitevős hatványa is ugyanazokra a jegyekre végződik, mint az alap. (1 pont) GEHÉR LÁSZLÓ egy olyan megoldással küldte be feladatát, mely nem bontja jegyeire a keresett számot. (2×3 pont.) Keressétek meg ezt a megoldást is!