I. Megoldás:

$$\sqrt[3]{\sqrt{52}+5}-\sqrt[3]{\sqrt{52}-5}=\sqrt[3]{2\sqrt{13}+5}-\sqrt[3]{2\sqrt{13}-5}=$$
$$=\sqrt[3]{\frac{16\sqrt{13}+40}{8}}-\sqrt[3]{\frac{16\sqrt{13}-40}{8}}=\sqrt[3]{\frac{1+3\sqrt{13}+39+13\sqrt{13}}{8}}-$$
$$-\sqrt[3]{\frac{-1+3\sqrt{13}-39+13\sqrt{13}}{8}}=\sqrt[3]{\left(\frac{1+\sqrt{13}}{2}\right)^3}-\sqrt[3]{\left(\frac{-1+\sqrt{13}}{2}\right)^3}=1.$$

Fried Ervin (Bp.-i b. Kemény Zs. reál VII. o.)

II. Megoldás: Legyen $y=\sqrt[3]{\sqrt{52}+5}$ $z=\sqrt[3]{\sqrt{52}-5}$. A keresett szám: $x=y-z$ valós és pozitív. Emeljük harmadik hatványra:

$$x^3=(y-z)^3=y^3-z^3-3yz(y-z).$$

$y^3-z^3=10$, $yz=\sqrt[3]{52-25}=\sqrt[3]{27}=3$, tehát x eleget tesz a következő egyenletnek:

$$x^3+9x-10=0.$$

$x^3+9x-10=(x-1)(x^2+x+10)$, tehát ezen egyenlet gyökei 1, $-\dfrac{1}{2}+i\dfrac{\sqrt{39}}{2}$, $-\dfrac{1}{2}-i\dfrac{\sqrt{39}}{2}$. Mivel az utóbbi kettő komplex szám, $x=1$ kell, legyen.

Tamás Hugó (Szombathely, Faludi F. gimn. VII. o.)