

A beküldők egy része beírta azzal, hogy az összeg egyes tagjait bővítette a kimaradt tényezővel. Ezzel tényleg valamivel tetszetősebb alakot nyert az összeg, de kiszámítani valamilyen n -re semmivel sem könnyebb s egyéb előnye sem látszik. Elindulásnak minden esetre jó ez a bővítés.

I. Megoldás: $\frac{1}{(k+1) \cdot (k-1)!} = \frac{k}{(k+1)!} = \frac{k+1-1}{(k+1)!} = \frac{1}{k!} - \frac{1}{(k+1)!}$. Ezt az átalakítást az összeg minden tagjában elvégezve:

$$\begin{aligned} \left(1 - \frac{1}{2!}\right) + \left(\frac{1}{2!} - \frac{1}{3!}\right) + \left(\frac{1}{3!} - \frac{1}{4!}\right) + \dots + \left(\frac{1}{n!} - \frac{1}{(n+1)!}\right) = \\ = 1 - \frac{1}{(n+1)!} \end{aligned}$$

Kővári Tamás (Bp.-i Evangélikus gimn. VIII. o.)

II. Megoldás: Jelöljük a kérdéses összeget S_n -nel. Teljes indukcióval megmutatjuk, hogy $S_n = 1 - \frac{1}{(n+1)!}$.

$$n = 1\text{-re igaz a tétel: } S_1 = \frac{1}{2} = 1 - \frac{1}{2!}.$$

Most megmutatjuk, hogy ha valamely n -re igaz az állítás, akkor ebből az is következik, hogy az utána következő számra, $n+1$ -re is igaz. Mintegy átöröklődik minden egész számról a következőre s így minden n -re igaz.

Valóban, ha $S_n = 1 - \frac{1}{(n+1)!}$, akkor

$$\begin{aligned} S_{n+1} &= S_n + \frac{1}{(n+2)n!} = 1 - \frac{1}{(n+1)!} + \frac{1}{(n+2)n!} = \\ &= 1 + \frac{-(n+2) + (n+1)}{(n+2)!} = 1 - \frac{1}{(n+2)!}. \end{aligned}$$

Megoldotta: Gehér L., Gősy S., Vermes R.