

Legyenek a háromszög oldalai $a \geq b \geq c$. $b + c > a$ kell legyen, tehát b mindig nagyobb mint $\frac{a}{2}$. A legkisebb ilyen egészszám $\left[\frac{a}{2}\right] + 1$. b lehetséges értékei tehát $\left[\frac{a}{2}\right] + 1, \left[\frac{a}{2}\right] + 2, \dots, a$; c pedig $a - b + 1$ -től b -ig mehet, tehát adott b mellett $2b - a$ különböző értéket vehet fel. Így az összes olyan egész háromszögek száma, melynek leghosszabb oldala a :

$$N_a = \left(2 \left[\frac{a}{2}\right] - a + 2\right) + \left(2 \left[\frac{a}{2}\right] - a + 4\right) + \left(2 \left[\frac{a}{2}\right] - a + 6\right) + \dots + a.$$

Ez számtani sor, a tagok száma, b különböző lehetséges értékeinek száma: $a - \left[\frac{a}{2}\right]$, tehát

$$N_a = \frac{\left(a - \left[\frac{a}{2}\right]\right) \left\{ \left(2 \left[\frac{a}{2}\right] - a + 2\right) + a \right\}}{2} = \left(a - \left[\frac{a}{2}\right]\right) \left(\left[\frac{a}{2}\right] + 1\right)$$

Ha a páros: $a = 2n$ $N_{2n} = n(n + 1)$,
 ha a páratlan: $a = 2n + 1$ $N_{2n+1} = (n + 1)^2$,

$$N_{2n+1} - N_{2n} = (n + 1)(n + 1) - n(n + 1) = n + 1$$

$$N_{2n+2} - N_{2n+1} = (n + 2)(n + 1) - (n + 1)(n + 1) = n + 1,$$

tehát az $N_1, N_2, N_3, \dots$ sorozat szomszédos tagjainak különbsége, az elején egyedülálló 1-től eltekintve, minden második esetben nő 1-gyel:

$$\begin{array}{l} N_k : \quad 1 \quad 2 \quad 4 \quad 6 \quad 9 \quad 12 \quad 16 \quad 20 \quad 25 \quad 30 \quad 36 \quad 42 \quad 49 \dots \\ N_{k+1} - N_k : \quad 1 \quad 2 \quad 2 \quad 3 \quad 3 \quad 4 \quad 4 \quad 5 \quad 5 \quad 6 \quad 6 \quad 7 \dots \end{array}$$

Gacsányi Sándor (VIII. o.)

Megoldotta: Gehér L., Kővári T.