

Feltehetjük, hogy  $p$  a nagyobbik prím, mert  $p^2 - pq + q^2$  szimmetrikus  $p$ -re és  $q$ -ra.

Legyen  $p = r + 1$ ,  $q = r - 1$  ( $r > 1$  egész).

Behelyettesítve kapjuk, hogy

$$(r + 1)^2 - (r + 1)(r - 1) + (r - 1)^2 = r^2 + 3 > 3$$

a feltétel miatt.  $r^2 + 3$  csak akkor lehet prím, ha  $r$  nem osztható 3-mal, hiszen  $q$ ,  $r$  és  $p$  három egymást követő szám. Egy 3-mal osztható szám csak akkor prím, ha 3-mal egyenlő. Tehát két lehetőség jön szóba: vagy  $p = 3$ ;  $q = 1$ , vagy  $p = 5$ ;  $q = 3$ .

Mivel 1 nem prím, azért csak a  $p = 5$ ;  $q = 3$  a megoldás, vagy a szimmetria miatt  $p = 3$ ;  $q = 5$ .

Ez megfelel a feladat követelményének, hiszen

$$p^2 - pq + q^2 = 9 - 15 + 25 = 19$$

ami szintén prím.

*Pap Gyula* (Debrecen, Fazekas M. Gimn., I. o. t) dolgozata alapján