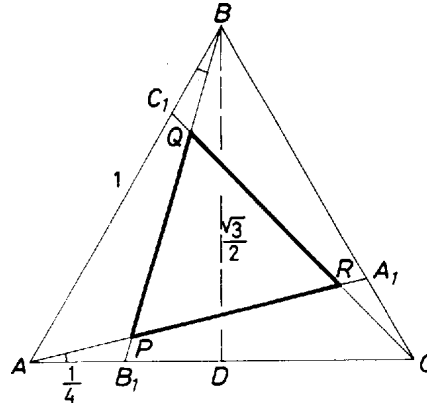


Jelöljük BB_1 és AA_1 metszéspontját P -vel, BB_1 és CC_1 metszéspontját Q -val, AA_1 és CC_1 metszéspontját R -rel.



Az AA_1C , BB_1A , CC_1B háromszögek nyilván egybevágók, az ABC háromszög szabályossága miatt. Ugyancsak egybevágók a keletkezett kis háromszögek, ezek egyike az AB_1P háromszög. A PQR háromszög területének kiszámításához az ABC háromszög területéből levonjuk az AA_1C területének háromszorosát; ekkor az AB_1P típusú háromszögek területét kétszeresen vontuk le, s ezért e területösszeget (az AB_1P háromszög területének háromszorosát) hozzá kell adni:

$$T_{PQR} = T_{ABC} - 3T_{AA_1C} + 3T_{AB_1P}.$$

Az AB_1B háromszög területe az ABC háromszög területének $1/4$ -e, hiszen közös az AC , ill. AB_1 oldalukhoz tartozó DB magasságuk, és $AB_1 = (1/4)AC$.

Az APB_1 és ABB_1 háromszögek hasonlóak, ugyanis AB_1B szögük közös, és $PAB_1 \sphericalangle = C_1BQ \sphericalangle = ABB_1 \sphericalangle$. Határozzuk meg oldalaik arányát:

A B_1BD derékszögű háromszögből

$$BB_1 = \sqrt{\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 + \left(\frac{1}{4}\right)^2} = \frac{1}{4}\sqrt{13},$$

így a hasonlóság aránya:

$$BB_1 : AB_1 = \frac{1}{4}\sqrt{13} : \frac{1}{4} = \sqrt{13},$$

területük aránya

$$13 = \frac{1}{4} : \frac{1}{52}.$$

Tehát

$$T_{PQR} = \frac{\sqrt{3}}{4} - 3 \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{\sqrt{3}}{4} + 3 \frac{1}{52} \frac{\sqrt{3}}{4} = \frac{1}{13}\sqrt{3} (\approx 0,13 \text{ területegység}),$$

ami az ABC háromszög területének $4/13$ része, közel 31 %-a.