

I. megoldás. Jelöljük a k kör középpontját O -val, sugarát r -rel.

Tekintsük a feladatot megoldottnak. Az AB húr P pontjára tudjuk, hogy $2AP = PB$.

1993-02-075-1.eps

1. ábra

Tekintsük a P középpontú, $\lambda = -\frac{1}{2}$ arányú középpontos hasonlóságot. Ez a B -t az A -ba, k -t pedig egy olyan k' körbe viszi át, amely átmegy az A ponton. Ennek ismeretében szerkesszük meg a k' kört, k kicsinyített képét. A k' és k körök metszéspontja lesz A , amelynek ismeretében a keresett húr megszerkeszthető.

A feladatnak két megoldása van, ha k' két pontban metszi a k kört. Ez akkor teljesül, ha $OP > \frac{r}{3}$. Ha $OP = \frac{r}{3}$, akkor egyetlen megoldás van, ha pedig $OP < \frac{r}{3}$, akkor nincs megoldása a feladatnak.

Váradi Péter (Győr, Révai M. Gimn., II. o. t.)

II. megoldás. A P pont által megharmadolt $AB = h$ húrt kifejezzük $OA = r$ -rel és $OP = p$ -vel. Ebből egyszerű lehetőséget olvasunk ki $PB = 2h/3$ megszerkesztésére.

1993-02-076-1.eps

2. ábra

Az F húrfelezőpont távolságára két háromszögből Pitagorasz tételével

$$OF^2 = p^2 - \left(\frac{h}{6}\right)^2 = r^2 - \left(\frac{h}{2}\right)^2,$$

$$\frac{8h^2}{36} = r^2 - p^2 = PC^2,$$

ahol C az OP -re merőleges húr egyik végpontja. Ebből

$$PB = \frac{2h}{3} = PC \cdot \sqrt{2} = PD,$$

ahol D a C -n átmenő, OP -vel párhuzamos egyenesen van, és $CD = CP$.

A PC befogóval bíró egyenlő szárú derékszögű háromszög *helyének* megválasztásával azt értük el, hogy amikor $PB = PD$ hosszát körzőnyílásba vesszük, föl sem kell emelnünk a körző csúcsát P -ből, rögtön kimetszhető B és B' .