

Legyen A egy $n(\geq 1)$ jegyű szám, számjegyei a feltétel szerint

$$x, x+1, \dots, x+n;$$

itt $x+n-1 \leq 9$, ahonnan $n \leq 9$.

Tudjuk, hogy $9A+n$ 0-ra végződik, azaz $10 \mid 9A+n = 10A+n-A$; ez akkor osztható 10-zel, ha $n-A$ is osztható, vagyis A ugyanarra a számjegyre végződik, mint n .

Mivel n egyjegyű szám, ezért $n = x + n + 1$, ahonnan $x = 1$ adódik, tehát A lehetséges értékei:

$$1, 12, 123, 1234, 12345, 123456, 1234567, 12345678, 123456789.$$

Egyszerű számítással ellenőrizhetjük, hogy e kilenc szám mindegyike eleget is tesz a feltételeknek (pedig a megoldás során csupán az első feltételt használtuk fel!). Hogy ez nem véletlen, azt a következő átalakítás sorozat mutatja:

$$\begin{aligned} 9A+n &= 9 \cdot \overline{12\dots n} + n = 9(10^{n-1} + 2 \cdot 10^{n-2} + \dots + (n-1)10 + n) + n = \\ &= 9((10^{n-1} + 10^{n-2} + \dots + 1) + (10^{n-2} + 10^{n-3} + \dots + 1) + (10 + 1) + 1) + n = \\ &= (10^n - 1) + (10^{n-1} - 1) + \dots + (10^2 - 1) + (10 - 1) + n = \\ &= 10^n + 10^{n-1} + \dots + 10 = \overline{11\dots 10}. \end{aligned}$$