

Emeljük négyzetre az átrendezéssel kapott $2|x-p| = 1 - |x-2|$ egyenletet (felhasználva az $(|a|)^2 = a^2$ azonosságot):

$$(1) \quad 3x^2 + 4p^2 - 8px - 5 + 4x + 2|x-2| = 0.$$

Mivel az eredeti egyenlet mindkét oldala nemnegatív, azért elegendő a továbbiak során csak (1)-gyel foglalkozni.

Az x -re két lehetőséget kell megvizsgálnunk.

a) Ha $x \geq 2$, akkor $|x-2| = x-2$ és (1) a következő másodfokú egyenletet adja x -re:

$$3x^2 + (6-8p)x + 4p^2 - 9 = 0.$$

Az egyenletnek rögzített p mellett akkor van pontosan egy gyöke, ha a diszkrimináns

$$D = 16(p^2 - 6p + 9) = 0,$$

ahonnan

$$p = 3,$$

akkor az egyetlen megoldás $x = 3 \geq 2$.

b) Ha $x \leq 2$, akkor rendezés után a

$$3x^2 + (2-8p)x + 4p^2 - 1 = 0$$

egyenletet kapjuk, itt $D = 16(p^2 - 2p + 1) = 0$, ha $p = 1$; az egyetlen gyök $x = 1 \leq 2$, így ez is megfelel a feltételnek. Tehát az egyenletnek akkor van pontosan egy megoldása, ha $p = 1$ vagy $p = 3$.

Zsenei András (Bp. ELTE Radnóti M. Gyak. Gimn., II. o. t.)