

Megoldás. Ha az első egyenlethez hozzáadjuk a második egyenlet háromszorosát,

$$x^3 + 3x^2y + 3xy^2 + y^3 = 1000$$

adódik. A bal oldalon álló kifejezés egy nevezetes azonosság szerint $(x + y)^3$ -nel egyenlő. Mindkét oldalból köbgyököt vonva:

$$x + y = 10.$$

Az y értékét kifejezve és az első egyenletbe behelyettesítve egyszerűsítés után kapjuk, hogy

$$x^2 - 10x + 20 = 0.$$

Ennek az egyenletnek a gyökei: $x_1 = 5 + \sqrt{5}$; $x_2 = 5 - \sqrt{5}$. Mivel az egyenletrendszer x -ben és y -ban szimmetrikus, a megoldások:

$$\begin{aligned} x_1 &= 5 + \sqrt{5} \quad \text{és} \quad x_2 = 5 - \sqrt{5}; \\ y_1 &= 5 - \sqrt{5} \quad \text{és} \quad y_2 = 5 + \sqrt{5}. \end{aligned}$$

Behelyettesítéssel meggyőződhetünk a megoldások helyességéről.

Patkós Petra (Kunszentmárton, József Attila Gimn., III. o. t.)