

Írjuk át az egyenleteket a következőképpen

$$\begin{array}{ll} (1) & x + y = -z - 1, \\ (2) & x^2 - y^2 = 1 - z^2, \\ (3) & -x^3 + y^3 + z^3 = -1. \end{array}$$

Az (1) egyenletből  $z = x + y + 1$ , behelyettesítve a (2) egyenletbe:

$$x^2 - y^2 = 1 - (x + y + 1)^2.$$

Elvégezve a négyzetreemelést, használjuk fel az  $x^2 - y^2 = (x + y)(x - y)$  ismert azonosságot, és rendezzük az egyenletet. Kapjuk, hogy

$$2 \cdot (x + 1)(x + y) = 0.$$

Egy szorzat pontosan akkor 0, ha valamelyik tényezője 0.

Ha

$$x + 1 = 0, \quad x = -1,$$

akkor

az (1) egyenletből  $-1 + y - z = -1$ ,

azaz  $y = z$ , ezt (3)-ba helyettesítve

$1 + 2y^3 = -1$ , ahonnan  $y^3 = -1$ , és

$y = -1$ , tehát az egyenletrendszer

megoldása  $x = -1, y = -1, z = -1$ .

Ha

$$x + y = 0, \quad x = -y,$$

akkor

(1)-ből  $z = 1$ , (3)-ból pedig  $2y^3 = -2$ ,

azaz  $y = -1$ . Most a megoldás  $x = 1$ ,

$y = -1, z = 1$ .

Mivel végig ekvivalens átalakításokat végeztünk, mindkét számhármassal kielégíti az egyenletet.

Természetesen helyettesítéssel is ellenőrizhetjük a megoldások helyességét, s ez már azért is célszerű, mert így győződhetünk meg arról, hogy nem követtünk-e el számolási hibát. A teljes megoldáshoz az ellenőrzés is hozzátartozik.

*Csontos Mónika* (Baja, III. Béla Gimn., II. o. t.)  
dolgozata alapján