

0 pontot kaptak azok, akik az egyenlőtlenséget felírva, logaritmust véve lg 1985 és lg 1986 helyett beírták a közelítő értékeket. Mivel egyenlőtlenségnél becsülünk, nem mindegy, hogy alsó vagy felső közelítést használunk az adott értékek helyett.

Nem kaptak pontot a hibás, ill. indoklás nélküli dolgozatok sem.

Mivel kevés volt a helyes megoldás, közlünk egy lehetséges bizonyítást.

$$\begin{aligned} 1986^{1985} &= (1985 + 1)^{1985} = 1985^{1985} + \binom{1985}{1} \cdot 1985^{1984} + \dots + \\ &+ \binom{1985}{1983} \cdot 1985^2 + \binom{1985}{1984} \cdot 1985 + 1. \end{aligned}$$

A binomiális tétel szerint kaptuk a fenti 1986 tagú összeget.

$1 \leq k \leq 1983$ esetén felülről becsüljük az $\binom{1985}{k} \cdot 1985^{1985-k}$ tagot.

$$\begin{aligned} \binom{1985}{k} \cdot 1985^{1985-k} &= \frac{1985 \cdot 1984 \cdot \dots \cdot (1985 - k + 1)}{k!} \cdot 1985^{1985-k} \leq \\ &\leq \underbrace{1985 \cdot \dots \cdot (1985 - k + 1)}_{k \text{ tényező}} \cdot \underbrace{1985^{1985-k}}_{(1985-k) \text{ tényező}} \leq 1985^{1985}. \end{aligned}$$

Végül:

$$\binom{1985}{1984} \cdot 1985 + 1 < 1985^2 + 1985^2 < 1985^{1985}.$$

Így:

$$(1986)^{1985} < 1985^{1985} + 1983 \cdot 1985^{1985} + 1985^{1985} = 1985 \cdot 1985^{1985} = 1985^{1986}.$$