Az ütközési együtthatóról

Ha két test ütközését vizsgáljuk, általában nem vesszük figyelembe a külső erőket, csak a testek kölcsönhatásait, azaz ekkor a két test zárt rendszert alkot. Bármelyik zárt rendszer impulzusa állandó, más szóval impulzus-változása 0. Ugyanis tegyük fel, hogy az ütközés olyan kicsi Δt ideig tart, hogy F_{12} (a 2-es test hatása az 1-esre) állandónak vehető. Newton 2. törvénye szerint egy test impulzus-változása egységnyi idő alatt $\Delta I/\Delta t = F$. ($I = mv$-t behelyettesítve) $\dfrac{\Delta(mv)}{\Delta t} = F$, ha m konstans, ekkor ez a következő formában írható: $m\dfrac{\Delta(v)}{\Delta t} = F$. Kinematikából ismeretes, hogy ha Δt kicsiny, $\dfrac{\Delta v}{\Delta t} = a$, azaz képletünk az ismert $F = ma$-val ekvivalens.

Ezek szerint $F_{12} = \dfrac{\Delta(I_1)}{\Delta t} = F$, azaz $\Delta I_1 = F_{12}\Delta t$, hasonlóan $\Delta I_2 = F_{21}\Delta t$. A rendszer impulzus-változása egyenlő az egyes testek impulzus-változásainak vektori összegével:

$$\Delta I = \Delta I_1 + \Delta I_2 = (F_{12} + F_{21})\,\Delta t. \tag{1}$$

Newton 3. törvénye szerint, mivel F_{21} az 1-es test hatása a 2-esre, azaz az F_{12} reakció-ereje $F_{21} = -F_{12}$, azaz (1)ből

$$\Delta I = (F_{12} - F_{12})\,\Delta t = 0.$$

Ezek szerint, ha két test ütközik, teljes általánosságban csak annyit tudunk mondani, hogy a testek impulzusainak összege ütközés előtt egyenlő az ütközés utánival, vagyis teljesül az impulzus-megmaradás törvénye (zárt rendszer esetén).

Az ütközések két speciális esete a teljesen rugalmas és a teljesen rugalmatlan ütközés. A teljesen rugalmas ütközésre teljesül a mechanikai energia-megmaradás törvénye, a teljesen rugalmatlant az jellemzi, hogy a testek az ütközéskor közös sebességet nyernek. A tökéletesen rugalmas ütközéskor a testek relatív sebessége ütközés előtt és után azonos. Ugyanis jelöljük v-vel az ütközés előtti, v'-vel az utáni sebességeket. Ekkor nyilván teljesül, hogy

$$m_1v_1' + m_2v_2' = m_1v_1 + m_2v_2,$$

$$m(v_1' - v_1) = m_2(v_2 - v_2'),$$

illetve

$$\frac{1}{2}m_1{v'}_1^2 + \frac{1}{2}m_2{v'}_2^2 = \frac{1}{2}m_1v_1^2 + \frac{1}{2}m_2v_2^2,$$

$$m_1({v_1'}^2 - {v_1}^2) = m_2(v_2^2 - {v_2'}^2).$$

A két egyenletet elosztva egymással

$$v_1 + v_1' = v_2 + v_2', \qquad \text{azaz} \qquad v_1' - v_2' = v_2 - v_1.$$

Valóságban az ütközések se nem tökéletesen rugalmasak, se nem rugalmatlanok. Egy valóságos ütközést a relatív sebességek arányával jellemezhetünk a legjobban, mert ez első közelítésben független a sebességektől, csak a testek anyagi minőségétől függ. Nevezzük az $\varepsilon = \dfrac{v_1' - v_2'}{v_2 - v_1}$ mennyiséget ütközési együtthatónak. ε értéke 1 és 0 között változhat. Ha $\varepsilon = 1$, akkor a relatív sebességek nyilván egyenlők, azaz az ütközés teljesen rugalmas, míg ha $\varepsilon = 0$, akkor $v_1' = v_2'$, vagyis a testek közös sebességgel mozognak tovább, más szóval az ütközés teljesen rugalmatlan volt.

Juvancz Gábor