

Az alábbi feladatokat bárki megoldhatja foglalkozásra és életkorra való tekintet nélkül. A végeredményekre adott tippeket a mellékelt szelvényen, vagy hozzá hasonló táblázatban lehet beküldeni egy borítékban címünkre.

Határidő: 1976. március 20. Címünk: KÖMAL/OKTOTÓ, 1443 Budapest, Postafiók 129.

A számtotó feladataira beküldött tippeket a következő képlet szerint értékeljük ki:

$$Q = \sum_{i=1}^8 (T_i - V_i)^2,$$

ahol T_i , V_i az i -edik feladatra adott tipp, illetve végeredmény, a $\sum_{i=1}^8$ jel azt jelenti, hogy a különböző feladatokhoz tartozó értékeket össze kell adni, Q pedig a tippek pontosságát mérő kvadratikusan eltérés. A győztes ebben a versenyben az lesz, aki a legkisebb Q -t éri el. A Betűtotó győztese pedig az, aki a legtöbb találatot eléri. Ez a két verseny egymástól is, a pontversenytől is független. A különböző sorszámú totók eredményeinek az összesítéséről még nem döntöttünk, a jelen sorozat kísérleti jellegű, célja az érdeklődés felmérése. A beküldött szelvényeket kiértékelve visszaküldjük mindazoknak, akik szelvényükhöz megcímezett és bélyeggel ellátott válaszbortéket mellékelnek.

Számtotó

1. Hány metszéspont keletkezik, ha megrajzoljuk egy szabályos tízszögben az összes átlóinak a tízszög belsejébe eső szakaszát?

2. Hány pozitív osztója van az 1976-nak?

3. Mennyi az $a_0 = 5$, $a_{n+1} = a_n - 1/a_n$ ($n = 0, 1, 2, \dots$) feltételekkel meghatározott sorozat 100-adik tagja? (Az 1975. évi Kürschák verseny 3. feladatának módosítása.)

4. Mennyi az első száz köbszám reciprokának összege?

5. Hány gyöke van az $x = 100 \sin x$ egyenletnek?

6. Hány méter a hátsó borítón közölt Peano-görbe hossza?

7. Hófehérke a hét törpével játszik. Hófehérke mond egy pozitív egész számot, a törpék pedig addig dobálnak egy-egy érmét, amíg „fej”-et nem sikerül dobniuk. Mindegyik törpe megszámolja, hogy ehhez hányszor kellett az érmét feldobnia, s az az ő száma. Amikor mindenki elkészült, megnézik, hogy a 8 szám között van-e olyan, amelyik csak egyszer szerepel. Ha van, az nyer, akié a legkisebb ilyen szám, különben nem nyer senki. Mit mondjon Hófehérke, ha nyerni szeretne?

8. Jelöljük J -vel a Budapesten az Astoria előtti útkereszteződésen 1976. június 25-én délután 2 és 3 óra között áthaladó járművek számát. Mennyi J ezredrésze?

Beküldhető 1976. június 20-ig.

Címünk: KÖMAL/OKTOTÓ,
1443. Budapest, Postafiók 129.

SZÁMTOTÓ

1976. május

Sorszám: 1/3

SZÁM	KÓD	TIPP			
1	A szabályos tízszög átlói				
2	1976 osztóinak száma				
3	A módosított Kürschák 100-ik tagja				
4	$1/1 + 1/8 + 1/27 + \dots + 1/1000000$				
5	$x = 100 \sin x$ gyökeinek száma				
6	A Peano-görbe hossza				
7	Hófehérke nyerő stratégiája				
8	Az Astoria előtt elhaladó járművek száma				
	KVADRATIKUS ELTÉRÉS				

Betűtotó

1. Egyszer egy király a sakktáblán csak jobbra és felfelé léphetett, és így jutott el a bal alsó sarokból a jobb felsőbe. Jelöljük a lehetséges útvonalak számát L -lel. Melyik állítás igaz az alábbi négy közül?

- A) L kisebb ezernél.
- B) L nem kisebb ezernél, de kisebb tízezernél.
- C) L nem kisebb tízezernél, de kisebb százezernél.
- D) L nem kisebb százezernél.

2. Az 52 lapos francia kártyát 4 játékosnak kiosztják. Az alábbi négy eset közül melyik a leggyakoribb?

- A) Mind a négy ász ugyanahhoz a játékoshoz került.
- B) Van olyan játékos, akinek legalább két ász és legalább két király jutott.
- C) Van olyan játékos, akinek legalább nyolc kör jutott.
- D) Van olyan játékos, akinek kcsak háromféle (vagy még kevesebb) színből jutott (azaz színhiánya van).

3. Tekintsük az $a_0 = 5$, $a_{n+1} = a_n - 1/a_n$ ($n = 0, 1, 2, \dots$) feltételekkel meghatározott sorozatot. Melyik igaz a következő állítások közül?

- A) Akárhányat adunk is össze a sorozat tagjai közül, a kapott összeg kisebb tízezernél.
- B) Az A) nem igaz, de a sorozat minden tagja kisebb ezernél.
- C) Sem A), sem B) nem igaz, de van olyan szám, amelyiknél a sorozat minden tagja kisebb.
- D) Sem A), sem B), sem C) nem igaz.

4. Legyen n kettőnél nagyobb egész szám, S egy n -tagú mértani sorozat tagjainak az összege, P a tagok szorzata és R a tagok reciprokaiknak az összege. Melyik állítás helyes az alábbiak közül?

- A) n , S és R minden esetben egyértelműen meghatározza P értékét.
- B) Az A) nem igaz, de minden n -hez található olyan S és R , amelyek egyértelműen meghatározzák P értékét.
- C) Sem A), sem B) nem igaz, de végtelen sok olyan n van, amelyekhez található olyan S és R , amelyek egyértelműen meghatározzák P értékét.
- D) Sem A), sem B), sem C) nem igaz.

5. Képzeljük el végtelen sok országot, és mindegyikben tegyünk a bankba 100 Ft-ot 100 évre, évi 5%-os kamat mellett. Számozzuk is meg az országokat, és tegyük fel, hogy az n -edikben ($n = 1, 2, \dots$) az éveket negyenlő részre osztják, és a kapott időszakok végén kiszámítják, mennyi volna az évi kamata a pillanatnyi vagyonuknak, és ennek az n -ed részét késedelem nélkül hozzácsapják a pénzünkhöz. Jelöljük T_n -nel a 100-adik év végn az n -edik ország bankjában levő vagyonunkat. Melyik igaz az alábbi bégy állítás közül:

- A) A T_n -ek mindegyike kisebb 1000 Ft-nál.
- B) Az A) nem igaz, de ha a T_n -ek mindegyike kisebb 10000 Ft-nál.
- C) Sem A), sem B) nem igaz, de van olyan összeg, amelynél a T_n -ek mindegyike kisebb.
- D) Sem A), sem B), sem C) nem igaz.

6. Melyik probléma nincs még megoldva az alábbi négy közül?

- A) Össze lehet-e kötni a sík öt pontját a síkban különböző színű görbékkel úgy, hogy a görbék ne metsszék egymást, és minden pontpárt más színű görbe kössön össze? (Mondjuk van tízféle színünk.)
- B) Tekintsük a komplex számokon értelmezett

$$\zeta(s) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^s}$$

függvényt. Igaz-e, hogy minden gyökének a valós része $\frac{1}{2}$?

- C) Tekintsük a sík egységnyi kerületű idomait. Melyik ezek közül a legnagyobb területű?
- D) Van-e olyan elemi függvény (vagyik olyan függvény, amelyik felépíthető a a négy alapművelettel, a hatványozással, a trigonometrikus függvényekkel, függvények egymásbe helyettesítésével és invertálásával), amelyiknek a deriváltja $10^x/x$ volna?

7. Kitől származik a 6. kérdésben szereplő megoldatlan probléma?

- A) Erdős, B) Riemann, C) Steiner, D) Pontrjagin.

8. Jelöljük J -vel az 1976. június 25-én du. 2 és 3 között Budapesten az Astoria előtti útkereszteződésben áthaladó járművek számát. Melyik igaz az alábbi négy állítás közül?

- A) $J < 500$, B) $500 \leq J < 1000$, C) $1000 \leq J < 2000$, D) $2000 \leq J$.

A BEKÜLDŐ ADATAI**BETŰTOTÓ**

1976. május

Sorszám: 1/3

Neve:

.....

Címe:

.....

.....

Foglalkozása:

.....

Iskolája:

.....

SZÁM	KÓD	TIPP
1	Egy király útjai	
2	A bridzs esélyei	
3	Korlátos-e a sorozat?	
4	Az OKTV egyik példája	
5	Folyamatos tőkésítés	
6	Melyik megoldatlan?	
7	Kitől származik?	
8	Astoria előtti járművek?	
	A TALÁLATOK SZÁMA	