

Mérőlapok felvételire

Az alább közölt feladatsor feladatai olyan jellegűek, mint amilyent az egyetemek és a főiskolák felvételizői szoktak megoldani a felvételi vizsgákon. Megoldásukat mindazoknak javasoljuk, akik felvételire készülnek. Tanácsoljuk a megoldóknak, hogy a megoldásokat időre végezzék. A megoldásra és leírásra fordítható idő összesen 180 perc.

A feladatok megoldását a TIT Budapesti Székházában (VIII. Múzeum u. 7.) 1980. márc. 19-én du. 1/2 5-től ismerteti a sorozat összeállítója, **Rábai Imre** *egyetemi adjunktus*. Az érdeklődők itt tehetik fel a felvételi vizsgával kapcsolatos kérdéseiket is.

1. Egy derékszögű háromszög egyik befogója 15 egység, a másik befogónak az átfogóra eső vetülete 16 egység. Számítsuk ki a háromszögbe írt kör sugarát!

2. Mely valós értékekre negatív az

$$x \lg(x^2 - x + 1)$$

kifejezés?

3. Egy egyenlő oldalú háromszög súlypontján át a háromszög síkjában húzzunk egy tetszőleges egyenest, és tekintsük a háromszög csúcspontjainak ezen egyenestől mért távolságát.

Igazoljuk, hogy a három távolság négyzetösszege állandó!

4. Az ABC háromszögben $AB = 4$, $BC = 3$ és $AC = \sqrt{5}$ egység. Igazoljuk, hogy az A és a C csúcspontokból kiinduló súlyvonalak merőlegesek egymásra!

5. Az ABC háromszög magasságpontja $M(0; 2)$. Az AM magasságvonal a BC oldalegyenest az $A_1(2; -2)$ pontban metszi. Az AB oldal felezőpontja $F(-2; 1)$. Határozzuk meg a háromszög csúcspontjainak koordinátáit!

6. Az R sugarú gömbbe egyenlő oldalú kúpot írunk. A gömb középpontjától mekkora távolságban kell a kúp alaplapjával párhuzamos síkot fektetni, hogy a sík által a gömbből és a kúpból kimetszett körök területének különbsége (a körgyűrű területe) a legnagyobb legyen?

7. Tekintsük az $f_a(x) = x^2 - 2(a+1)x + 2a^2 + a - 1$ függvényt, ahol a valós paraméter.

a) Határozzuk meg az a értéket úgy, hogy a függvény minden x -re csak pozitív értéket vegyen fel!

b) Legyenek az $f_a(x) = 0$ egyenlet gyökei x_1 és x_2 . Az egyenlet megoldása nélkül írjunk fel olyan másodfokú egyenletet, amelynek gyökei $\frac{x_1}{x_2}$ és $\frac{x_2}{x_1}$!

Milyen a esetén van valós megoldása az egyenletnek?

8. Igazoljuk, hogy az $a \sin x + b \cos x + c = 0$ és az $a \operatorname{tg} x + b \operatorname{ctg} x + 2c = 0$ egyenletek közül az egyiknek biztosan van megoldása, ha a , b , c valós számok, és $a^2 + b^2 > 0$.