

Megoldásvázlatok
a 2019/1. szám emelt szintű fizika gyakorló feladatsorához

Tesztfeladatok

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
C	C	D	D	C	C	D	D	A	C	C	B	B	D	D

Számolós feladatok

1. a) Először foglalkozunk a gyorsulás–idő grafikonnal (*1. ábra*)! A gyorsulás definíciója:

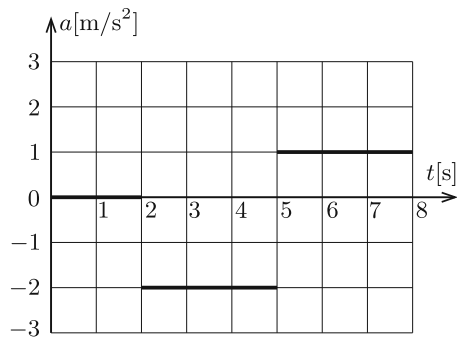
$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t}.$$

A sebesség–idő grafikonon látható, hogy a függvény lineáris szakaszokból áll, ezeken a szakaszokon tehát a gyorsulás állandó:

$$a_1 = \frac{\Delta v_1}{\Delta t} = \frac{\left(3 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right) - \left(3 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)}{(2 \text{ s}) - 0} = 0,$$

$$\begin{aligned} a_2 &= \frac{\Delta v_2}{\Delta t} = \frac{\left(-3 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right) - \left(3 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)}{(5 \text{ s}) - (2 \text{ s})} = \\ &= -2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}, \end{aligned}$$

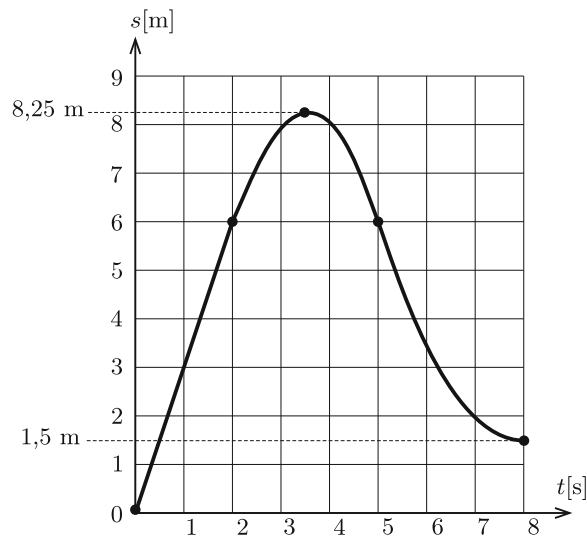
$$a_3 = \frac{\Delta v_3}{\Delta t} = \frac{0 - \left(-3 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)}{(8 \text{ s}) - (5 \text{ s})} = 1 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}.$$



1. ábra

Az elmozdulás–idő grafikon (*2. ábra*) elkészítését a következő megállapítások segítik:

1. A test 3,5 s ideig előre halad, majd ezután irányt változtat, és visszafelé mozog.
2. A mozgás első szakasza egyenletes mozgás, a többi része egyenletesen változó, ezért az első rész grafikonja egyenes szakasszal, a többi része pedig parabolával szemléltethető.
3. A megtett utak legegyszerűbben a sebesség–idő függvény grafikonjának „görbe alatti területéből” számíthatók.



2. ábra

Célszerű a mozgást 4 részre bontani:

0-tól 2 s-ig: az elmozdulás 6 m. A grafikon ezen szakasza egy pozitív meredekségű egyenes,

2 s-től 3,5 s-ig: az elmozdulás 2,25 m, és az intervallum végén a sebesség nulla.

3,5 s-től 5 s-ig: az elmozdulás $-2,25$ m, hiszen a test már visszafelé mozog. Az állandó negatív gyorsulás miatt a $2 \text{ s} < t < 5 \text{ s}$ -os intervallumban az elmozdulás-idej függvény lefelé nyíló parabolával szemléltethető.

5 s-től 8 s-ig: az elmozdulás $-4,5$ m. A test sebessége negatív, tehát a test továbbra is visszafelé mozog. A gyorsulás viszont pozitív, a grafikon felfelé nyíló parabola. A végsebesség nulla, a grafikon érintője $t = 8 \text{ s}$ pillanatban vízszintes.

b) Az átlagos sebességnagyság definíció szerint a megtett út és a megtételéhez szükséges idő hányadosa:

$$v_{\text{átlag}} = \frac{\sum |\Delta s|}{\sum \Delta t} = \frac{6 \text{ m} + 2,25 \text{ m} + 2,25 \text{ m} + 4,5 \text{ m}}{8 \text{ s}} \approx 1,88 \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

Megjegyzés. A fenti módon számított „átlagsebességet” mutatják az GPS-es navigációs eszközök és az útvonaltervező okos-telefonok, ezt tartják számon a zárt hurok alakú pályán haladó autóversenyzők és a kerékpárosok is. Nem tévesztendő össze ez a mennyiség az elmozdulásvektor és a mozgás összidejének hányadosával, ami vektoriális mennyiség. Egy olyan futóversenynél, ahol a rajt és a cél ugyanott van, a vektoriális átlagsebesség nyilván nulla, míg a sebesség nagyságának átlaga attól eltérő érték.

2. a) Az áramforrás effektív teljesítménye (a szokásos jelöléseket használva) a következőképpen adható meg:

$$P_{\text{eff}} = U_{\text{eff}} I_{\text{eff}} \cos \varphi = I_{\text{eff}} Z \cdot I_{\text{eff}} \cdot \frac{R}{Z} = I_{\text{eff}}^2 R.$$

Innen

$$I_{\text{eff}} = \sqrt{\frac{P_{\text{eff}}}{R}} = \sqrt{\frac{15 \text{ W}}{60 \Omega}} = 0,5 \text{ A} \quad \text{és} \quad Z = \frac{U_{\text{eff}}}{I_{\text{eff}}} = \frac{230 \text{ V}}{0,5 \text{ A}} = 460 \Omega.$$

Az impedancia ismeretében meghatározható a tekercs induktív ellenállása:

$$X_L = \sqrt{Z^2 - R^2} = \sqrt{(460 \Omega)^2 - (60 \Omega)^2} = 456 \Omega,$$

és az áramforrás frekvenciája:

$$f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{X_L}{2\pi L} = \frac{1}{2\pi} \frac{456 \Omega}{0,25 \text{ H}} = 290 \text{ Hz}.$$

b) A feszültség és az áramerősség közötti fáziseltolódás szöge:

$$\cos \varphi = \frac{R}{Z} = \frac{60 \Omega}{460 \Omega} = 0,13 \quad \Rightarrow \quad \varphi = 82,5^\circ.$$

A soros $R - L$ körben a szinuszosan váltakozó áramerősség fázisa tehát $82,5^\circ$ -kal késik a kapcsolófeszültséghez képest.

3. a) Az állapotegyenlet szerint $pV = nRT$, ahonnan a hidrogéngáz mólszáma (a kezdeti állapot adatait felhasználva):

$$n = \frac{pV}{RT} = \frac{(4 \cdot 10^5 \text{ Pa})(2,5 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3)}{8,31 \frac{\text{J}}{\text{mol K}} \cdot 400 \text{ K}} = 0,30 \text{ mol}.$$

Ennyi gázban

$$N = n \cdot N_A = 0,30 \cdot (6 \cdot 10^{23}) = 1,8 \cdot 10^{23}$$

hidrogénmolekula található.

b) A 2-es állapot hőmérsékletét az egyesített gáztörvény segítségével határozhatjuk meg:

$$T_2 = \frac{p_2 V_2}{p_1 V_1} T_1 = 384 \text{ K},$$

a belső energiák aránya pedig

$$\frac{E_2}{E_1} = \frac{T_2}{T_1} = \frac{384 \text{ K}}{400 \text{ K}} = 0,96.$$

4. a) A test egyensúlyban van, ha a rá ható erők kiegyenlítik egymást. A szimmetria miatt a rugóerők vízszintes összetevőire az egyensúly feltétele biztosan teljesül. A függőleges irányú összetevőkre

$$2F_{\text{rugó}} \cdot \sin \alpha = mg, \quad \text{ahol} \quad F_{\text{rugó}} = D \Delta x = D(x - x_0)$$

és α a rugó vízszintessel bezárt szögét jelenti. A rugó megnyúlt hossza Pitagorasz tétele szerint

$$x = \sqrt{x_0^2 + h^2} = \sqrt{(60 \text{ cm})^2 + (20 \text{ cm})^2} = 63,2 \text{ cm}.$$

Innen a rugóerő

$$F_{\text{rugó}} = 200 \frac{\text{N}}{\text{m}} \cdot (0,632 \text{ m} - 0,6 \text{ m}) = 6,4 \text{ N}.$$

A test tömege:

$$m = \frac{2F_{\text{rugó}} \cdot \sin \alpha}{g} = \frac{2 \cdot 6,4 \text{ N} \cdot \frac{20 \text{ cm}}{63,2 \text{ cm}}}{9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}} = 0,41 \text{ kg}.$$

b) A test sebessége akkor lesz a legnagyobb, amikor a gyorsulása éppen nulla. Ez az erőegyensúlynak megfelelő, a kiindulási helyzethez képest h mélységű helyzetben következik be. Itt a test gravitációs helyzeti energiája a kezdeti értékhez viszonyítva

$$E_{\text{helyzeti}} = -mgh = -0,81 \text{ J},$$

a rugók rugalmas energiája pedig

$$E_{\text{rugó}} = 2 \cdot \frac{1}{2} D(x - x_0)^2 = 200 \frac{\text{N}}{\text{m}} \cdot (0,632 \text{ m} - 0,6 \text{ m})^2 = 0,20 \text{ J}.$$

A mechanikai energia megmaradási tétele szerint

$$E_{\text{helyzeti}} + E_{\text{rugó}} + \frac{1}{2}mv^2 = 0,$$

ahonnan a test maximális sebessége

$$v = \sqrt{\frac{2}{0,41 \text{ kg}} (0,81 \text{ J} - 0,20 \text{ J})} \approx 1,7 \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

c) Ha a test eljutna $H = 40 \text{ cm}$ mélységbe, a helyzeti energiája

$$E_{\text{helyzeti}} = -mgH = -1,62 \text{ J}$$

lenne, a rugók rugalmas energiája pedig

$$E_{\text{rugó}} = 2 \cdot \frac{1}{2} D(\sqrt{x_0^2 + H^2} - x_0)^2 = 2,93 \text{ J}.$$

Ezek szerint a test mozgási energiája ezen a helyen

$$\frac{1}{2}mv^2 = 1,62 \text{ J} - 2,93 \text{ J} = -1,31 \text{ J} < 0$$

lenne, ami nem lehetséges. A test tehát *nem ér el* 40 cm mélységbe.

Megjegyzés. Első pillanatra talán meglepő az eredmény, mert a 40 cm-es mélység éppen az egyensúlyi helyzet 20 cm-es mélységének kétszerese. Ugyanakkor vegyük figyelembe, hogy a test mozgása *nem* harmonikus rezgőmozgás, mert a két rugó által kifejtett eredő erő nem egyenesen arányos a test elmozdulásával. Numerikus vagy grafikus közelítő módszerekkel belátható, hogy a test legfeljebb $h_{\text{max}} \approx 32 \text{ cm}$ mélységig süllyed le a rugók vízszintes helyzetének megfelelő helyzete alá.