

Megoldásvázlatok
a 2018/7. szám emelt szintű fizika gyakorló feladatsorához

Tesztfeladatok

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
B	D	A	A	B	A	B	B	A	D	D	C	D	C	B

Számolós feladatok

1. a) A síkkondenzátor kapacitása

$$C = \varepsilon_0 \frac{A}{d} = 8,85 \cdot 10^{-12} \frac{\text{As}}{\text{Vm}} \cdot \frac{5 \cdot 10^{-3} \text{ m}^2}{0,02 \text{ m}} = 2,21 \cdot 10^{-12} \text{ F} = 2,21 \text{ pF}.$$

b) Töltés hatására a kondenzátoron

$$U = \frac{Q}{C} = \frac{2 \cdot 10^{-9} \text{ C}}{2,21 \cdot 10^{-12} \text{ F}} = 905 \text{ V}$$

feszültség alakul ki.

A kondenzátorban tárolt energia

$$E = \frac{1}{2} C U^2 = \frac{1}{2} \cdot 2,21 \cdot 10^{-12} \text{ F} \cdot (905 \text{ V})^2 = 9,06 \cdot 10^{-7} \text{ J}.$$

2. Egy $\ell_1 = 80 \text{ cm}$ hosszúságú fonálinga lengésideje:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{\ell_1}{g}} = 2\pi \sqrt{\frac{0,8 \text{ m}}{9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}} = 1,79 \text{ s}.$$

Ez az inga 1 perc alatt $60 \text{ s} / 1,79 \text{ s} = 33,5$ lengést végez.

A megadott feltétel szerint a második inga ennél 2-vel többet, azaz 35,5-et leng, vagyis a lengésideje $60 \text{ s} / 35,5 = 1,69 \text{ s}$.

Ismét a lengésidőre vonatkozó összefüggést felhasználva:

$$1,69 \text{ s} = 2\pi \sqrt{\frac{\ell_2}{9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}},$$

ahonnan a másik inga hossza: $\ell_2 = 0,71 \text{ m}$.

3. Mivel a közös hőmérséklet megbecslése nem egyszerű feladat, vizsgáljuk meg, hogy mennyivel több vagy kevesebb energiával rendelkezik a rendszer a kiindulási állapotban, mint egy hasonló össztömegű, 0°C hőmérsékletű vizet tartalmazó másik rendszer.

A jég energiája negatív, mert a hőmérséklete 0°C alatt van:

$$\begin{aligned} E_{\text{jég}} &= -L_{\text{olvadás}} m_{\text{jég}} - c_{\text{jég}} m_{\text{jég}} |\Delta T_{\text{jég}}| = \\ &= -2256 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}} \cdot 6 \text{ kg} - 2,1 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}^\circ \text{C}} \cdot 6 \text{ kg} \cdot 20^\circ \text{C} = -2262 \text{ kJ}. \end{aligned}$$

A víz energiája pozitív:

$$E_{\text{víz}} = c_{\text{víz}} m_{\text{víz}} \Delta T_{\text{víz}} = 4,2 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}^\circ \text{C}} \cdot 4 \text{ kg} \cdot 60^\circ \text{C} = 1008 \text{ kJ},$$

és a vízgőz energiája is pozitív:

$$\begin{aligned} E_{\text{gőz}} &= L_{\text{forrás}} m_{\text{gőz}} + c_{\text{gőz}} m_{\text{gőz}} \Delta T_{\text{gőz}} = \\ &= 2256 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}} \cdot 2 \text{ kg} + 4,2 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}^\circ \text{C}} \cdot 2 \text{ kg} \cdot 100^\circ \text{C} = 5352 \text{ kJ}. \end{aligned}$$

Az összenergia

$$E_{\text{összes}} = E_{\text{jég}} + E_{\text{víz}} + E_{\text{gőz}} = -2262 \text{ kJ} + 1008 \text{ kJ} + 5352 \text{ kJ} = +4098 \text{ kJ} > 0.$$

Mivel az összenergia pozitív a rendszer hőmérséklete $0\text{ }^{\circ}\text{C}$ -nál magasabb. Nézzük meg, hogy ez az energia milyen hőmérsékletre tudja emelni a rendszert:

$$E_{\text{összes}} = c_{\text{víz}} m_{\text{összes}} \Delta T,$$

ahonnan (feltételezve, hogy $\Delta T < 100\text{ }^{\circ}\text{C}$, tehát az egyensúlyi állapotban csak víz lesz jelen):

$$\Delta T = \frac{E_{\text{összes}}}{c_{\text{víz}} m_{\text{összes}}} = \frac{4098\text{ kJ}}{4,2 \frac{\text{kJ}}{\text{kg } ^{\circ}\text{C}} \cdot 12\text{ kg}} = 81,3\text{ }^{\circ}\text{C}.$$

4. a) A 18 m hosszú lánc tömege $m_{\text{lánc}} = 18 \cdot 0,5\text{ kg} = 9\text{ kg}$. Ez azt jelenti, hogy kezdetben $m_{\text{lánc}} + m_{\text{vödör}} = 24\text{ kg}$ tömeget kell emelni, a legvégén pedig csak $m_{\text{vödör}} = 15\text{ kg}$ -ot. Mivel a lánc homogén, ezért az össztömeg, és ezzel együtt a szükséges erőhatás is a vödör elmozdulásával lineárisan csökken. Ebből kiindulva

$$F_{\text{max}} = (m_{\text{vödör}} + m_{\text{lánc}})g = 24\text{ kg} \cdot 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = 235\text{ N},$$

$$F_{\text{min}} = m_{\text{vödör}} g = 15\text{ kg} \cdot 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = 147\text{ N}.$$

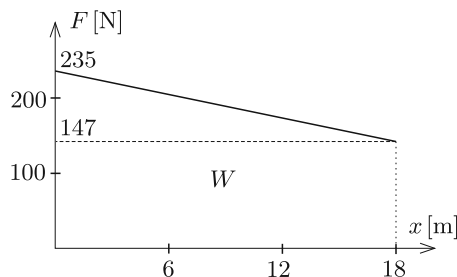
A lánc súlya méterenként

$$\frac{G}{\ell} = 0,5 \frac{\text{kg}}{\text{m}} \cdot 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = 4,9 \frac{\text{N}}{\text{m}}.$$

b) Jelölje x a vödör elmozdulását! Ekkor az erő-elmozdulás függvény matematikai alakja a következő:

$$F(x) = 235\text{ N} - 4,9 \frac{\text{N}}{\text{m}} \cdot x,$$

és a függvény grafikonját az *ábra* mutatja.



c) A munkavégzést a függvény alatti terület kiszámításával adhatjuk meg. A teljes munka

$$W = \frac{F_{\text{max}} + F_{\text{min}}}{2} \ell = \frac{235\text{ N} + 147\text{ N}}{2} 18\text{ m} = 3438\text{ J}.$$

Ennek harmada $3438\text{ J}/3 = 1146\text{ J}$. Ennyi munkát kell elvégezni minden embernek. Tegyük fel, hogy az első ember x_1 hosszát húzotta a kötélen, ekkor a munkavégzése (az SI egységek elhagyásával):

$$1146 = \frac{235 + 235 - 4,9 x_1}{2} x_1,$$

vagyis

$$4,9 x_1^2 - 470 x_1 + 2292 = 0.$$

A másodfokú egyenletből x_1 meghatározható, értéke $5,2\text{ m}$. (A második gyök $90,6\text{ m}$, ez nyilván nem felel meg a feladat feltételeinek.) Tehát az első embernek $5,2\text{ m}$ -t kell húzni a vödrön.

Az előbbihez hasonlóan megkereshetjük a második váltás helyét is:

$$2292 = \frac{235 + 235 - 4,9 x_2}{2} x_2,$$

vagyis

$$4,9 x_2^2 - 470 x_2 + 4584 = 0.$$

A másodfokú egyenlet megoldása: $x_2 = 11,0\text{ m}$. (A második gyök ebben az esetben sem megfelelő.)

Tehát $5,2\text{ m}$ -nél és $11,0\text{ m}$ -nél kell váltani ahhoz, hogy mindhárom ember egyenlő mértékben végezzen munkát.