

Tesztfeladatok

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
C	C	B	C	C	C	B	A	A	C	C	D	C	A	C

Számolási feladatok

1. a) A két test sebessége (ha az SI mértékegységeket nem írjuk ki) az eldobásuk után 1 másodperccel egy alkalmasan választott koordináta-rendszerben a

$$\mathbf{v}_1 = (3; 9,81) \quad \text{és} \quad \mathbf{v}_2 = (-4; 9,81)$$

vektorokkal adható meg, a sebességkülönbség nagysága pedig $|\Delta \mathbf{v}| = 7$. A sebességvektorok által bezárt szöget a koszinusztétel segítségével számíthatjuk ki:

$$\cos \alpha = \frac{|\mathbf{v}_1|^2 + |\mathbf{v}_2|^2 - |\Delta \mathbf{v}|^2}{2|\mathbf{v}_1||\mathbf{v}_2|} \approx 0,78, \quad \text{tehát} \quad \alpha \approx 39^\circ.$$

b) A két test mozgási energiájának aránya:

$$\frac{E_1}{E_2} = \frac{|\mathbf{v}_1|^2}{|\mathbf{v}_2|^2} \approx 0,94.$$

c) Ha a

$$(3; 9,81 \cdot t) \quad \text{és} \quad (-4; 9,81 \cdot t)$$

vektorok merőlegesek egymásra, akkor a Pitagorasz-tétel szerint fennáll

$$(3^2 + 9,81^2 \cdot t^2) + (4^2 + 9,81^2 \cdot t^2) = 7^2,$$

ahonnan megkapjuk, hogy eddig a pillanatig az eldobástól számítva $t = 0,35$ s idő telt el. Ezalatt a két test $|\Delta \mathbf{v}|t \approx 2,5$ méterre távolodott el egymástól.

2. a) Ha az m tömegű, q töltésű gyöngy a Q töltésű test felett x távolságban egyensúlyban van, fennáll

$$mg = k \frac{qQ}{x^2},$$

ahonnan

$$x = \sqrt{\frac{kqQ}{mg}} = \sqrt{\frac{9 \cdot 10^9 \cdot 10^{-8} \cdot 10^{-7}}{10^{-4} \cdot 9,81}} \text{ m} \approx 9,6 \text{ cm}.$$

b) A megadott távolságban a gyöngyre $1,2 \cdot 10^{-4}$ N elektrosztatikus erő hat függőlegesen felfelé, a nehézségi erő $9,8 \cdot 10^{-4}$ N függőlegesen lefelé, így a 10^{-4} kg tömegű gyöngy kezdeti gyorsulása $8,6 \text{ m/s}^2$ függőlegesen lefelé.

3. a) A leképezési törvény alapján

$$\frac{1}{t_a} + \frac{1}{k} = \frac{1}{f},$$

ahol $t_a = 45$ m, f pedig a domború tükör fókusz távolsága ($f < 0$). A nagyítás (amit a látszólagos kép miatt negatív előjelűnek kell tekintsünk):

$$\frac{k}{t_a} = \frac{f}{t_a - f} = -\frac{1}{3},$$

ahonnan $f = -t_a/2 = -22,5$ m, a keresett görbületi sugár pedig $r = 2|f| = 45$ m.

b) Amikor

$$\frac{k}{t_b} = \frac{f}{t_b - f} = -\frac{1}{2},$$

a tükrőtől mért távolság $t_b = -f = 22,5$ m.

4. a) A Föld életkora a megadott felezési időnek 6,34-szerese, tehát a kért arány $2^{6,34} \approx 81$.

b) A bomló atommag tömegének és a bomlástermékek össztömegének különbsége:

$$\Delta m = m(^{235}_{92}\text{U}) - m(^{231}_{90}\text{Th}) - m(^4_2\text{He}) = 0,005\,017 \text{ u} = 8,331 \cdot 10^{-30} \text{ kg}.$$

Ez a tömegkülönbség (Einstein képlete alapján)

$$\Delta E = \Delta m \cdot c^2 = 7,5 \cdot 10^{-13} \text{ J}$$

„energiafelszabadulásnak” felel meg (c a fénysebesség vákuumban), ennyi lesz a bomlástermékek összes mozgási energiája.

c) Mivel Δm a könnyebb bomlástermék (az α -részecske) tömegénél is sokkal kisebb, a reakciótermékek sebessége a fénysebesség mellett elhanyagolható, tehát számolhatunk a klasszikus (newtoni) képletekkel. Az energia- és lendületmegmaradás törvénye szerint

$$\Delta E = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}MV^2, \quad \text{illetve} \quad mv = MV,$$

ahol m és v az α -részecske tömege és sebessége, M és V a tóriumatómmag adatai. Innen kifejezhető az α -részecske mozgási energiája:

$$\frac{1}{2}mv^2 = \frac{M}{M+m} \Delta E = \frac{231}{235} \Delta E = 7,4 \cdot 10^{-13} \text{ J}.$$

Látható, hogy a bomlás során felszabaduló energiát majdnem teljes egészében a könnyebb bomlástermék, az alfa-részecske „viszi el”.