

Elméleti feladatok

1. feladat. Két mechanikai probléma

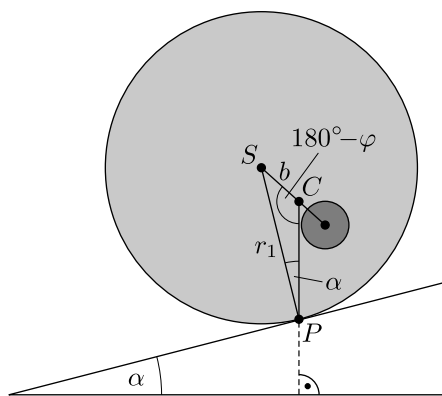
A rész. Elrejtett korong

A.1. Egyensúlyban a testre ható erők és forgatónyomatékok eredője nulla. Az utóbbi feltétel a lejtővel való P érintkezési pontra nézve úgy teljesíthető, ha a rendszer C tömegközéppontja éppen a P pont felett helyezkedik el (1. ábra). Alkalmazzuk a PCS háromszögre a szinusztételt:

$$\frac{\sin(180^\circ - \varphi)}{\sin \alpha} = \frac{r_1}{b},$$

ebből

$$b = \frac{r_1 \sin \alpha}{\sin \varphi}.$$



1. ábra

A.2. A korong φ szögkitérésekor a nehézségi erő forgatónyomatéka $Mgb \sin \varphi$, iránya pedig olyan, hogy a kitérést csökkenteni igyekszik. A forgómozgás egyenlete tehát a következő alakot ölti:

$$\Theta_S \ddot{\varphi} = -Mgb \sin \varphi.$$

Kis szögekre $\sin \varphi \approx \varphi$, így egy harmonikus rezgőmozgás (fizikai inga) mozgásegyenletét kapjuk:

$$\ddot{\varphi} = -\omega^2 \varphi, \quad \text{ahol} \quad \omega = \sqrt{\frac{Mgb}{\Theta_S}}.$$

A rezgés periódusideje a körfrekvenciával $T = 2\pi/\omega$ kapcsolatban áll, így a tehetetlenségi nyomaték kifejezhető:

$$\Theta_S = \frac{T^2}{4\pi^2} Mgb.$$

A.3. Gondolkozhatunk úgy, hogy egy ϱ_1 sűrűségű, r_1 sugarú tömör (tehát lyuk nélküli) korong és egy $\varrho_2 - \varrho_1$ sűrűségű, r_2 sugarú korong közös tömegközéppontjának helyét kell meghatároznunk. A távolságokat a nagyobb korong S középpontjától mérve a tömegközéppont helyét megadó egyenlet:

$$b = \frac{(\varrho_2 - \varrho_1)r_2^2\pi h_2}{M}d, \quad \text{amiből} \quad d = \frac{Mb}{(\varrho_2 - \varrho_1)r_2^2\pi h_2}.$$

A.4. Egy m tömegű, r sugarú korong tehetetlenségi nyomatéka $\frac{1}{2}mR^2$. Ennek és a Steiner-tételnek a felhasználásával írhatjuk, hogy

$$\Theta_S = \underbrace{\frac{1}{2}\varrho_1 r_1^4 \pi h_1}_{\text{nagy korong}} + \underbrace{(\varrho_2 - \varrho_1)r_2^2 \pi h_2 \left(\frac{r_2^2}{2} + d^2 \right)}_{\text{kis korong a Steiner-tétellel}}.$$

A d -re az előző részfeladatban kapott eredményt felhasználva:

$$\Theta_S = \frac{1}{2}\varrho_1 r_1^4 \pi h_1 + \frac{1}{2}(\varrho_2 - \varrho_1)r_2^4 \pi h_2 + \frac{M^2 b^2}{(\varrho_2 - \varrho_1)r_2^2 \pi h_2}.$$

¹ Az elméleti feladatok szövegét a múlt havi számunkban közzeltük.

A kísérleti feladatokat a következő havi számunkban közöljük.

A.5. Írjuk fel a teljes rendszer tömegét:

$$M = \varrho_1 r_1^2 \pi h_1 + (\varrho_2 - \varrho_1) r_2^2 \pi h_2.$$

Ebből kifejezhetjük a $(\varrho_2 - \varrho_1) r_2^2 \pi h_2$ tagot, és beírhatjuk az **A.4.** részfeladat végeredményébe. A Θ_S -re korábban kapott formulát is felhasználva:

$$\frac{T^2}{4\pi^2} M g b = \frac{1}{2} \varrho_1 r_1^4 \pi h_1 + \frac{1}{2} (M - \varrho_1 r_1^2 \pi h_1) r_2^2 + \frac{M^2 b^2}{M - \varrho_1 r_1^2 \pi h_1}.$$

Ebből kifejezhető r_2 :

$$r_2 = \sqrt{\frac{2}{M - \varrho_1 r_1^2 \pi h_1} \left(\frac{T^2}{4\pi^2} M g b - \frac{M^2 b^2}{M - \varrho_1 r_1^2 \pi h_1} - \frac{1}{2} \varrho_1 r_1^4 \pi h_1 \right)}.$$

Ennek ismeretében az össztömegből h_2 megkapható:

$$h_2 = \frac{M - \varrho_1 r_1^2 \pi h_1}{(\varrho_2 - \varrho_1) r_2^2 \pi}.$$

B rész. Forgó úrállomás

B.1. A forgó űrhajó padlóján álló, m tömegű testre az $m R \omega_0^2$ centrifugális erő hat. Ez akkor egyezik meg a test $m g_F$ földi súlyával, ha az úrállomás szögsebessége $\omega_0 = \sqrt{g_F/R}$.

B.2. Egy rugón rezgő test körfrekvenciája $\omega_F = \sqrt{k/m}$.

B.3. Az űrhajón a mesterséges gravitáció egyenesen arányos a forgástengelytől mért távolsággal: $g(r) = r \omega_0^2$. A rugóra akasztott testet az egyensúlyi helyzetéből sugárirányban kifelé x távolsággal kitérítve, arra nemcsak a rugóerő növekménye, hanem az effektív gravitációs tér megváltozásából származó erő is hat:

$$-kx + m x \omega_0^2 = m \ddot{x},$$

ami éppen olyan, mint egy $k^* = k - m \omega_0^2$ effektív direkción erejű rugón rezgő test mozgásegyenlete, a rezgés körfrekvenciája tehát $\omega = \sqrt{k/m - \omega_0^2}$.

B.4. Az M_F tömegű, R_F sugarú Föld felszíne felett h magasságban a gravitációs gyorsulás:

$$g_F(h) = \gamma \frac{M_F}{(R_F + h)^2} = \gamma \frac{M_F}{R_F^2} \left(1 + \frac{h}{R_F}\right)^{-2} = g_F(0) \left(1 + \frac{h}{R_F}\right)^{-2}.$$

Mivel $h/R_F \ll 1$, alkalmazhatjuk a kis ε mennyiségekre érvényes $(1 + \varepsilon)^n \approx 1 + n\varepsilon$ lineáris közelítést:

$$g_F(h) \approx g_F(0) \left(1 - \frac{2h}{R_F}\right).$$

A földi gravitációs mezőben tehát az egyensúlyi helyzetéből x távolságra kitérített test mozgásegyenlete

$$-kx + m g_F \frac{2x}{R_F} = m \ddot{x},$$

amiből a rezgés körfrekvenciája

$$\widetilde{\omega}_F = \sqrt{\frac{k}{m} - \frac{2g_F}{R_F}}.$$

B.5. Az előző két részfeladat eredményéből látszik, hogy ω és $\widetilde{\omega}_F$ akkor egyezik meg, ha $\omega_0^2 = 2g_F/R_F$. A **B.1.** kérdés eredményét felhasználva ez azt jelenti, hogy az úrállomás sugarának hossza éppen a fűdsugár fele: $R = R_F/2$.

B.6. A feladat megoldható inerciarendszerben is, ehelyett mi most a rövidebb, forgó koordináta-rendszerbeli leírást választjuk. A $H \ll R$ magasságból elengedett test „függőlegesen lefelé” (azaz sugárirányban kifelé) mutató sebessége t idejű esés után jó közelítéssel $v_y = R \omega_0^2 t$. Az emiatt „vízszintes” (érintő-) irányban ható Coriolis-erő nagysága tehát $F_C = 2m v_y \omega_0 = 2m R \omega_0^3 t$, a gyorsulás pedig F_C/m . A v_x vízszintes sebességkomponenst az idő függvényében ennek a gyorsulásnak az integrálásával lehet meghatározni:

$$v_x(t) = \int_0^t 2R \omega_0^3 t' dt' = R \omega_0^3 t^2.$$

Behelyettesítve az esés $T = \sqrt{2H/(R \omega_0^2)}$ idejét, megkapjuk a vízszintes sebességkomponenst a becsapódáskor:

$$v_x = 2H \omega_0.$$

A vízszintes elmozdulást a $v_x(t)$ függvény integrálja adja meg:

$$d_x(t) = \int_0^t v_x(t') dt' = \frac{1}{3} R \omega_0^3 t^3.$$

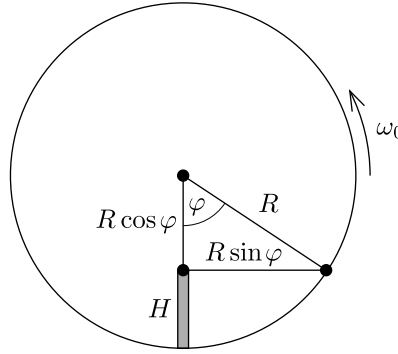
A $t = T$ helyettesítéssel kapjuk meg a teljes vízszintes elmozdulást:

$$d_x = \frac{1}{3} \sqrt{\frac{8H^3}{R}}.$$

B.7. A mozgást inerciarendszerből a legegyszerűbb leírni. A $H = R(1 - \cos \varphi)$ magasságú toronyból a test $\omega_0 R \cos \varphi$ kezdősebességgel érintőirányban indul (2. ábra), és egyenes vonalú egyenletes mozgással halad egészen az űrállomás padlójáig. A mozgás ideje:

$$t = \frac{R \sin \varphi}{\omega_0 R \cos \varphi} = \frac{\tan \varphi}{\omega_0}.$$

A test akkor érkezik éppen a torony aljához, ha ezalatt az idő alatt az űrállomás éppen φ szöggel fordul el, azaz $t = \varphi / \omega_0$. Az időre kapott két egyenlet összevetéséből a $\varphi = \tan \varphi$ egyenletet kapjuk. Ennek végtelen sok megoldása van: az első a triviális $\varphi = 0$, a többi pedig csak numerikusan határozható meg. A következő gyök $3\pi/2$ körüli érték, ami a nem releváns $H > R$ eredményre vezet. Az $5\pi/2$ környékén lévő harmadik gyök az, amit keresünk. Zsebszámológéppel a pontosabb $\varphi \approx 7,725$ radián értéket kaphatjuk. Ennek a szögnek a felhasználásával meghatározhatjuk a torony magasságát: $H \approx 0,871 R$.



2. ábra

B.8. Mivel az y irányú Coriolis-erőt elhanyagolhatjuk, ebben az irányban a test harmonikus rezgőmozgást végez d amplitúdóval. A kezdeti feltételeket is figyelembe véve: $y(t) = -d \cos \omega t$. Az y irányú sebességre ennek deriválásával $v_y(t) = d\omega \sin \omega t$ értéket kapunk, amellyel az x irányú Coriolis-erő (az űrállomás szögsebességvektorát a papír síkjába befelé mutatónak választva):

$$F_x(t) = -2mv_y(t)\omega_0 = -2m\omega_0 d\omega \sin \omega t.$$

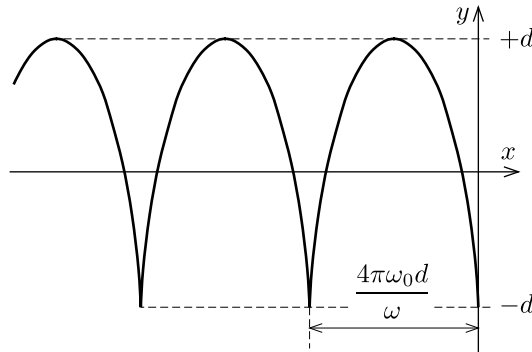
A test gyorsulása x irányban tehát éppen olyan, mint egy harmonikus oszcillátoré. Az x irányú elmozdulást a gyorsulás kétszeri integrálásával kapjuk:

$$x(t) = \frac{2\omega_0 d}{\omega} \sin \omega t + c_1 t + c_2,$$

ahol c_1 és c_2 integrálási állandók. A $t = 0$ időpillanatban a test x irányú sebessége és x koordinátája is nulla, ebből $c_1 = -2\omega_0 d$ és $c_2 = 0$ adódik, tehát:

$$x(t) = \frac{2\omega_0 d}{\omega} (\sin \omega t - \omega t).$$

A pálya vázlatos rajza a 3. ábrán látható.



3. ábra

2. feladat. Nemlineáris dinamika elektromos áramkörökben

A rész. Stacionárius állapotok és instabilitások

A.1. A kért adatok a grafikonról leolvashatók:

$$R_{be} = 1,00 \, \Omega,$$

$$R_{ki} = 10,0 \, \Omega,$$

$$I_0 = 6,00 \, \text{A},$$

$$R_k = 2,00 \, \Omega.$$

A.2. Az áramkörre felírva a huroktörvényt:

$$\mathcal{E} = IR + U, \quad \text{amiből} \quad I = \frac{\mathcal{E} - U}{R}.$$

Az áramkör stacionárius állapotait ennek az egyenesnek és az áramkör I - U karakterisztikájának metszéspontjai adják meg.

$R = 3,00 \, \Omega$ esetében mindig 1 metszéspont van,

$R = 1,00 \, \Omega$ esetében pedig $\mathcal{E}$ értékétől függően 1, 2 vagy 3 metszéspont lehetséges.

A.3. A stacionárius megoldás a középső ágra esik, így használhatjuk az arra vonatkozó összefüggést:

$$I_{st} = \frac{\mathcal{E} - R_k I_0}{R - R_k} = 3,00 \, \text{A},$$

$$U_{st} = R_k(I_0 - I_{st}) = 6,00 \, \text{V}.$$

A.4. A huroktörvény alapján:

$$\mathcal{E} = RI + U_X + L \frac{dI}{dt} = RI + R_k(I_0 - I) + L \frac{dI}{dt},$$

amiből

$$L \frac{dI}{dt} = \mathcal{E} - R_k I_0 - (R - R_k)I.$$

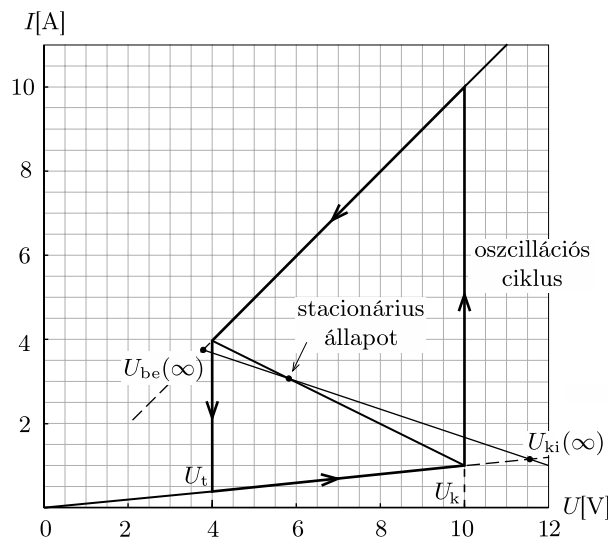
Eszerint,

ha $I > I_{st}$, akkor $dI/dt < 0$, azaz az áramerősség csökken,

ha $I < I_{st}$, akkor $dI/dt > 0$, azaz az áramerősség nő, tehát a stacionárius állapot stabil.

B rész. Bistabil, nemlineáris áramköri elemek a fizikában: rádióadó

B.1. Az oszcilláció a 4. ábrán látható.



4. ábra

A versenyzőktől a következő magyarázatokat várták el (a maximális pontszámhoz ezek közül legalább hármat):

1. A feszültség az ugrás közben állandó, mert a kondenzátor feszültsége nem változhat pillanatszerűen.
2. A közbülső ág nem lehet része az oszcillációs ciklusnak, mert az ottani állapotok stabilak.

3. Azért történnek ugrások az $I-U$ karakterisztika töréspontjainál, mert ezekben a pontokban nincs más lehetősége a rendszernek.
4. A rendszer a bekapcsolt ágon balra mozog, mert így közelít a stacionárius állapothoz (amely azonban nem része az $I-U$ grafikonnak).
5. A rendszer a kikapcsolt ágon jobbra mozog, mert így közelít a stacionárius állapothoz (amely azonban nem része az $I-U$ grafikonnak).

B.2. Mivel a nemlineáris áramköri elem a bekapcsolt ág és a kikapcsolt ág között ugrál, a feszültsége ilyen alakban írható fel: $U_X = R_{\text{be/ki}} I_X$. Az áramkör mindkét ágon soros RC -körként viselkedik C kapacitással és

$$\frac{R_{\text{be/ki}} R}{R_{\text{be/ki}} + R}$$

ellenállással (hiszen az R ellenállás és az X elem párhuzamosan vannak kötve). Az áramkör időtényezője:

$$\tau_{\text{be/ki}} = \frac{R_{\text{be/ki}} R}{R_{\text{be/ki}} + R} C.$$

Ha a be- vagy a kikapcsolt ágot a töréspontokon túl is meghosszabbítanánk, akkor az áramkör hosszú idő után a stacionárius állapotba érkezne, és a feszültsége

$$U_{\text{be/ki}}(\infty) = \frac{R_{\text{be/ki}}}{R_{\text{be/ki}} + R} \mathcal{E}$$

lenne.

A nemlineáris elemen eső feszültség az állandósult állapot $U_{\text{be/ki}}(\infty)$ feszültségének és az exponenciálisan lecsengő feszültségtagnak az összege:

$$U_X(t) = U_{\text{be/ki}}(\infty) + [U_{\text{be/ki}}(0) - U_{\text{be/ki}}(\infty)] e^{-\frac{t}{\tau_{\text{be/ki}}}}.$$

A rendszer által a bekapcsolt ágon töltött idő (egy ciklusban):

$$t_{\text{be}} = \tau_{\text{be}} \ln \frac{U_k - U_{\text{be}}(\infty)}{U_t - U_{\text{be}}(\infty)} = 2,41 \cdot 10^{-6} \text{ s},$$

a kikapcsolt ágon töltött idő pedig

$$t_{\text{ki}} = \tau_{\text{ki}} \ln \frac{U_{\text{ki}}(\infty) - U_t}{U_{\text{ki}}(\infty) - U_k} = 3,67 \cdot 10^{-6} \text{ s}.$$

Az oszcilláció teljes periódusideje tehát: $T = t_{\text{be}} + t_{\text{ki}} = 6,08 \cdot 10^{-6} \text{ s}$.

B.3. Hanyagoljuk el a kikapcsolt ágon felhasznált energiát! A bekapcsolt ágon felhasznált energiát közelítsük a következőképp:

$$E \approx \frac{1}{R_{\text{be}}} \left(\frac{U_t + U_k}{2} \right)^2 t_{\text{be}} = 1,2 \cdot 10^{-4} \text{ J}.$$

A teljesítmény ebből (közelítőleg):

$$P = \frac{E}{T} \approx 20 \text{ W}.$$

B.4. A rádiójel hullámhossza: $\lambda = cT = 1,82 \cdot 10^3 \text{ m}$. Az antenna optimális hossza $\lambda/4$ (vagy $3\lambda/4$, $5\lambda/4$, stb.) A feltételeknek megfelelő egyetlen lehetséges választás: $s = \lambda/4 = 456 \text{ m}$.

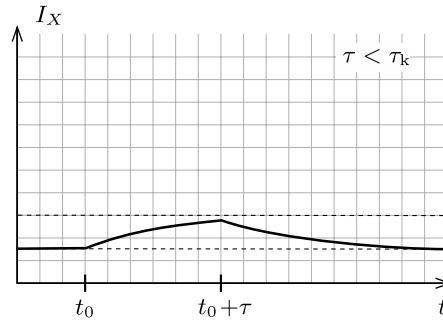
C rész. Bistabil, nemlineáris áramköri elemek a biológiában: neurisztor

C.1. Ha a telep feszültsége $\mathcal{E}' = 12,0 \text{ V}$, az állandósult állapot a kikapcsolt ágon lesz:

$$U' = \frac{R_{\text{ki}}}{R + R_{\text{ki}}} \mathcal{E}' = 9,23 \text{ V}.$$

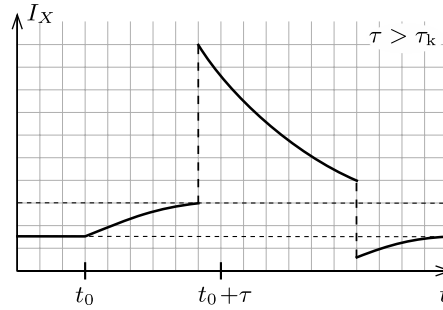
Ha a telep feszültségét ismét $\mathcal{E} = 15,0 \text{ V}$ értékre növeljük, akkor a rendszer állapota elkezd jobbra mozogni a kikapcsolt ágon (ugyanúgy, mint a **B** részben).

Ha a telep feszültsége még azelőtt újra lecsökken, hogy az elem feszültsége eléri a küszöbfeszültséget, akkor a rendszer egyszerűen visszamegy a stacionárius állapotba. Az X áramköri elem áramának időfüggését az 5. ábrán vázoltuk.



5. ábra

Ha viszont az elem feszültsége eléri a küszöbfeszültséget, akkor a rendszer felugrik a bekapcsolt ágra, és végigjár *egy* teljes oszcillációs ciklust (hiszen $\tau < T$), mielőtt visszaérkezik a stacionárius állapotba. Az X áramkörü elem áramának időfüggése vázlatosan a 6. ábrán látható.



6. ábra

C.2. A kritikus idő a küszöbfeszültség eléréséhez szükséges idő (amit a **B.2** részben megismert módon számíthatunk ki):

$$\tau_k = \tau_{ki} \ln \frac{U_{ki}(\infty) - U'}{U_{ki}(\infty) - U_k} = 9,36 \cdot 10^{-7} \text{ s.}$$

C.3. Mivel $\tau > \tau_k$, a rendszer végrehajt egy oszcillációt, tehát az áramkör ilyenkor neurisztor.

3. feladat. A Nagy Hadronütköztető

A rész. Az LHC gyorsító

A.1. Az energiamegmaradás törvénye szerint:

$$eU = \frac{mc^2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} - mc^2.$$

Ezt megoldva v -re:

$$v = c \cdot \sqrt{1 - \left(\frac{m_p c^2}{m_p c^2 + eU} \right)^2}.$$

A.2. A fenti eredményt felhasználva:

$$\Delta = 1 - \frac{v}{c} = 1 - \sqrt{1 - \left(\frac{m_e c^2}{m_e c^2 + eU} \right)^2}.$$

Mivel $m_e c^2 \ll eU$, így

$$\Delta \approx \frac{1}{2} \left(\frac{m_e c^2}{eU} \right)^2 = 3,63 \cdot 10^{-11}.$$

A.3. Mivel a részecskék impulzusának csak az iránya változik, az impulzus nagysága állandó, a körmozgás dinamikai feltétele:

$$\frac{dp}{dt} = p \frac{v}{r} = \frac{m_p v^2}{r \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = evB.$$

Az energia:

$$E = \frac{m_p c^2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}.$$

Ezekből (felhasználva, hogy $r = L/(2\pi)$ és $v \approx c$):

$$B = \frac{2\pi E}{ecL} = 5,50 \text{ T}.$$

A.4. Keressük a kisugárzott teljesítmény képletét $P_s = a^\alpha q^\beta c^\gamma \varepsilon_0^\delta$ alakban. A megfelelő dimenziók:

$$[P_s] = \frac{\text{kg} \cdot \text{m}^2}{\text{s}^3}, \quad [a] = \frac{\text{m}}{\text{s}^2}, \quad [q] = \text{C}, \quad [c] = \frac{\text{m}}{\text{s}}, \quad [\varepsilon_0] = \frac{\text{C}^2 \cdot \text{s}^2}{\text{kg} \cdot \text{m}^3}.$$

A tömeg, a töltés, a hosszúság és az idő mértékegységének összevetéséből rendre a

$$\delta = -1, \quad \beta + 2\delta = 0, \quad \alpha + \gamma - 3\delta = 2, \quad -2\alpha - \gamma + 2\delta = -3$$

egyenleteket kapjuk. Ezekből $\alpha = 2$, $\beta = 2$, $\gamma = -3$, $\delta = -1$, vagyis a sugárzási teljesítmény:

$$P_t \sim \frac{a^2 \cdot e^2}{c^3 \cdot \varepsilon_0}.$$

A.5. Egyetlen részecske által kisugárzott teljesítmény:

$$P_s = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \frac{1}{6\pi} \frac{a^2 \cdot e^2}{c^3 \cdot \varepsilon_0}.$$

Felhasználva az E energia **A.3.**-ban megadott alakját, valamint, hogy $a \approx c^2/r$ és $r = L/(2\pi)$:

$$P_s = \left(\frac{E}{m_p c^2} \right)^4 \frac{2\pi e^2 c}{3\varepsilon_0 L^2} = 7,94 \cdot 10^{-12} \text{ W}.$$

A teljes kisugárzott teljesítmény:

$$P_t = 2 \cdot 2808 \cdot 1,15 \cdot 10^{11} \cdot P_s = 5,13 \text{ kW}.$$

A.6. A relativisztikus mozgásegyenlet:

$$F = e \frac{U}{d} = \text{állandó} = \frac{dp}{dt} = \frac{p_{\text{vég.}} - p_{\text{kez.}}}{T}.$$

Felhasználva a végsebesség **A.1.**-beli alakját és hogy $p_{\text{vég.}} = m_p v / \sqrt{1 - v^2/c^2}$, továbbá $p_{\text{kez.}} = 0$:

$$T = \frac{m_p c d}{e U} \sqrt{\left(1 + \frac{e U}{m_p c^2} \right)^2 - 1} = 218 \text{ ns}.$$

B rész. Részecskeazonosítás

B.1. A $v = \ell/t$ és a $p = mv/\sqrt{1 - v^2/c^2}$ összefüggésekből:

$$m = \frac{p}{\ell c} \sqrt{c^2 t^2 - \ell^2}.$$

B.2. A repülési idők különbsége:

$$\Delta t = 3 \cdot 150 \text{ ps} = 4,5 \cdot 10^{-10} \text{ s}.$$

A **B.1.** részből

$$t = \frac{\ell}{c} \sqrt{\left(\frac{mc}{p} \right)^2 + 1}.$$

A kaon és a pion adatait felhasználva:

$$\Delta t = \frac{\ell}{c} \left(\sqrt{0,498^2 + 1} - \sqrt{0,135^2 + 1} \right),$$

ahonnan $\ell = 1,25 \text{ m}$ adódik.

B.3. A nyomkövetési csőben megtett körív hossza:

$$\ell = 2r \arcsin \frac{R}{2r}.$$

Csak keresztirányú p_T impulzus van, és a relativisztikus mozgásegyenlet $p(v/r) = evB$, a nyaláb irányára merőleges (transzverzális) impulzus: $p_T = erB$. Felhasználva **B.1.** eredményét:

$$m = \frac{eB}{c} \sqrt{\left(\frac{ct}{2 \arcsin \frac{R}{2r}} \right)^2 - r^2}.$$

B.4. A megadott adatokat behelyettesítve **B.3.** eredményébe a tömegekre

$$m_A = 1,673 \cdot 10^{-27} \text{ kg} = 938,65 \text{ MeV}/c^2,$$

$$m_B = 0,240 \cdot 10^{-27} \text{ kg} = 134,88 \text{ MeV}/c^2,$$

$$m_C = 1,667 \cdot 10^{-27} \text{ kg} = 935,10 \text{ MeV}/c^2,$$

$$m_D = 0,890 \cdot 10^{-27} \text{ kg} = 499,44 \text{ MeV}/c^2$$

adódik. Ezek alapján az A és C részecske *proton*, a B részecske *pion*, D pedig *kaon*.